中国高等艺术院校
精品教材大系

创造完美世界

三维空间基本原理

李昊宇 著

人民美術出版社
北京

图书在版编目（CIP）数据

三维空间基本原理 : 创造完美世界 / 李昊宇著. --
北京 : 人民美术出版社, 2021.5
（中国高等艺术院校精品教材大系）
ISBN 978-7-102-08614-9

Ⅰ. ①三… Ⅱ. ①李… Ⅲ. ①三维—艺术造型—造型
设计—高等学校—教材 Ⅳ. ①J06

中国版本图书馆CIP数据核字(2020)第208675号

中国高等艺术院校精品教材大系
ZHONGGUO GAODENG YISHU YUANXIAO JINGPIN JIAOCAI DAXI
三维空间基本原理：创造完美世界
SANWEI KONGJIAN JIBEN YUANLI：CHUANGZAO WANMEI SHIJIE

编辑出版 人民美術出版社
（北京市朝阳区东三环南路甲3号 邮编：100022）
http://www.renmei.com.cn
发行部：（010）67517602
网购部：（010）67517743

责任编辑 教富斌 廖钟敏
特约编辑 康富贵
书籍设计 陈凯翰
特约校对 吕治山
装帧设计 翟英东
责任校对 白劲光
责任印制 宋正伟
制 版 朝花制版中心
印 刷 北京鑫益晖印刷有限公司
经 销 全国新华书店

版 次：2021年5月 第1版
印 次：2021年5月 第1次印刷
开 本：889mm×1194mm 1/16
印 张：9.5
印 数：0001—3000册
ISBN 978-7-102-08614-9
定 价：58.00元

教育的本质是：

一棵树摇动另一棵树，
一朵云推动另一朵云，
一个灵魂唤醒另一个灵魂。

——〔德〕雅斯贝尔斯

前言

《三维空间基本原理：创造完美世界》一书首先是强调思维问题，同时也希望可以解决思维问题，其次是要说明设计思维是推理型的思维，即设计的过程是推理的过程。因此，在设计过程中，第一目标极为重要。这本书既是一个训练空间思维的方法学，同时也是一个透过现象看本质的原理学，启发大家透过现象看本质、寻找原理。

一直以来，我们探索设计的基本模式是收集线索、堆叠线索、拈出要素，最后再完成设计。在《三维空间基本原理：创造完美世界》中，我们是透过现象本身去寻求问题背后的根本原则，在已有认知的情况下，对要素进行提炼、重新组合，运用本书中的思维逻辑推理，找出根本原因，从而达到解决本质问题的目的。

由于生理构造的原因，人的眼睛是有局限性的，我们通常只能看到一个物体的两到三个面，有时甚至只能看到一些高大的建筑的一个面。不论物体的大小，我们都难以同时看到物体的六个面，这是受限于我们所生活的三维空间和观察事物的视角。人的眼睛不具备穿透性，当看到一个物体时，我们只能看到它在我们眼前的这一侧，而无法同时看到它的另一侧。

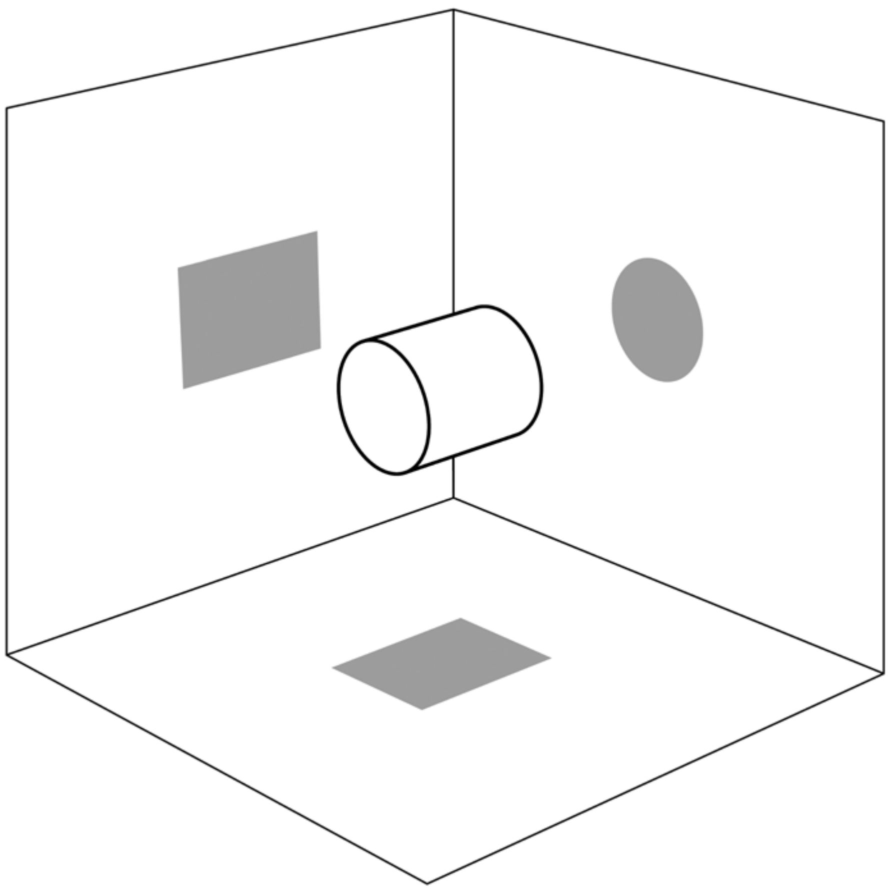
通过空间思维的训练，当我们再去观察一个物体时，就多了一个视角，也就具备了“穿透”的能力，不仅可以多视角观察物体，而且可以对物体进行“立体扫描”。例如书中介绍的“切片”方法，我们能通过切片的方式想象出一个复杂形态的每一个截面形态。通过这种“切片”方法，就可以训练我们的空间想象能力。

此外，多方向连接结点设计的训练可以帮助我们快速地找到关键结点。观察一个复杂的构件的时候，快速找到结点，通过结点，你能想象出这个东西到底可以无限延伸到多大。当我们看到复

杂图案时，若复杂图案中既有结点又有交点，通过快速抓住这些交点，可以发现它在交点周围形态的共性，从而快速总结复杂图案的规律。此外，我们还可以根据结点直观地看出物体的高低起伏。

相较于上面提到的无规则的复杂形态，有规则的形态就更容易解析了。实际上，这里所说的对物体立体扫描并不是客观存在的，而是一种思维方法。经过特定的空间思维训练之后，我们的观察力会得到一定的提升，空间想象能力也会因为观察到更多细节而随之提升。当我们再去观察一个复杂形态时，虽然只能看到眼前的两三个面，但是根据观察到的线索，我们可以利用空间想象能力，在脑海中还原出一个完整的复杂形态。更重要的是，当这种空间思维能力获得以后，我们可以通过二维的草图或是一种自然现象，在脑海中自然地呈现出它的三维形态。同时，我们也会在训练的过程中逐渐掌握比例和尺度感。

自现代设计引入中国以来，大家都在寻找各种各样的成功经验，但是在找到成功经验之后，我们却没有把它们串起来、联系起来或者系统化。许多人往往是看到现象之后，再收集各类成功经验，总结设计方法来解决问题。这些都是在结果上做文章，而不是在原理上做探索。长远来看，这不利于形成自己的设计风格和设计原理，也不利于产生生长在中国这片土壤里的设计。希望《三维空间基本原理：创造完美世界》这本书能够发掘我们自己的设计原理和设计方法，形成我们自己的设计风格，从而可以真正把设计这个学科变得立体。



序

序一

收到昊宇的新书《三维空间基本原理：创造完美世界》即将出版的消息，很为他感到高兴。他邀请我给书写篇序言，我当即就答应了，因为这本书中的许多教学案例，我也算是见证者。

翻阅昊宇传来的书稿，思绪万千，我还记得当年他带着一帮学生在学院门口的斜坡上一组接一组地展示他们的课程作业，一辆辆在四周上课时间里由学生亲手制作的“车”哗哗地从斜坡上往下滑，没有制动装置，全靠重力加速度，但规定必须在 10 米的位置准确停下。我跟昊宇一起站在终点处，为学生鼓掌。当年的这一批学生，现在有的已经成为大品牌公司的产品经理，有的成为设计总监，还有不少在深圳、广州创业成功开办设计公司的。好多学生毕业后依然走在设计这条路上并且干得都不错，这一点我很欣慰。

在汕头大学工作了 14 年，跟昊宇做了 4 年门对门的邻居。汕头大学离市区远，出学校大门左手边是一个叫鮀浦的大村子，右手边是“欢迎再到汕头来”的大牌子（后来拆掉了），老师下班之后都还住在校园的宿舍里，学院里的几个年轻老师常来我这串门，晚上大家在一起看电影、听音乐，喝茶聊天。在昊宇的这本书里，还能依稀看到当年我们在一起聊天时讨论的教学方法和思路。他从德国不来梅艺术学院研究生毕业，当年是靳院长（靳埭强）从德国引进的年轻教员，带回来很多德国的实验性教学案例，强调设计思维的拓展、创作过程的推导和后期模型实现的反推验证。我建议昊宇要加入商业的因素，因为设计是一个跟市场结合得非常

紧密的产业，学生在课堂上就要开始了解市场、学习如何为客户服务，为此我也邀请昊宇到我所在的美国艺术中心设计学院（Art Center College of Design）访问参观。从这本书中，我也看到了在设计基础教学中为后期设计实现打开的各扇窗户、引入的各种从基本原理到设计落地的实际案例。在设计教育中，昊宇找到了一种教育与商业结合的平衡点，这一点我很庆幸。

此刻，全球都在经受新型冠状病毒肺炎的肆虐，在这样特殊的时期，看到昊宇对教学的思考和总结，形成一本系统的学习三维空间基本原理的教材，也看到了他在设计教育道路上的坚持和探索，这一点我很感动。

是为序。

王受之

2020年3月11日

序二

前几天收到汕头大学工业设计专业李昊宇老师寄给我的《三维空间基本原理：创造完美世界》，这是他工作多年来的教学成果。他请我为这本书写一篇序言，我很高兴。

我与昊宇老师的相识是在2007年的春天，当时王受之老师给我打电话，说李昊宇老师从德国留学归国，刚到汕头大学长江艺术与设计学院任教，致力于建设汕头大学的工业设计专业，所以希望他能到长沙来交流一些教学经验，我欣然接受。几天后，我便与昊宇老师在长沙见面了。他在长沙停留了一周，我们相互交流了许多工业设计的教学经验，其中印象深刻的是他对工作坊特别熟悉，还介绍了他在德国不来梅艺术学院学习期间的各个工作坊情况。

2008年，我受靳埭强院长邀请，参与“德中同行”活动，再次去汕头大学，昊宇老师作为活动策划人接待我，并向我介绍汕头大学的情况。我对汕头大学还是比较熟悉的，我在研究生毕业前曾专程去调研过它的校园规划设计。汕头大学的建筑群是典型的现代主义建筑，在20世纪80年代的中国是相当领先的。我跟昊宇老师说起这段往事的时候，他非常惊讶。

近几年，我与昊宇老师少有见面，多是微信交流，他常常发送一些课程成果和他自己的作品给我看。在《三维空间基本原理：创造完美世界》这本教材中，我再次看到了昊宇老师的作品，他是将自己的创作与设计理论完全融合在一起了。

作为一本教材，《三维空间基本原理：创造

完美世界》与国内主流的教材有非常大的不同，算是特立独行，主要体现在三个方面。

第一，内容专一，只是专注于发现、解释、实验三维空间的基本理论，不奢求涵盖所有的设计理论和设计方法，仅是在空间的构成、形态的表达和空间结构关系方面深入研究，从点、线、面、体到空间的扩展，整个过程都很严谨，并且创造出很多有趣的设计方法，从而能够指导学生有针对性地学习三维空间原理。

第二，将空间设计理论融入诸多主题当中，以主题设计的方法来阐述和验证设计理论的有效性，让学生不仅在文字和图形上理解设计理论，同时也能在实践操作中完成对设计理论的应用。

第三，将专业的设计理论通俗化，从各个章节的名称就可以直观地理解本书所要探讨的内容。第一章《为三维埋下种子，一切从怀疑开始》、第二章《从二维到三维，一切在变化中》、第三章《三维空间，你中有我，我中有你》、第四章《少即是多，连接，直到宇宙无限》都非常巧妙地解释了其中主题所探讨的空间问题，具有严谨的逻辑关系又不失趣味。其中所包含的每个主题都有各自独立的表达方式，从而使这本教材非常易于理解。

我相信，这本教材将不仅适用于工业设计专业的教育，也适用于建筑设计相关专业的基础教育，还可以用于中小学设计思维教育的启蒙和实践，甚至所有人都可以看得懂这本书并受到启发。今天，认真读完这本书，再次想起与昊宇老师的相识，也见证了他十多年工作的成果，衷心为他感到高兴，于是书写一段感想，是为序。

何人可

2020 年 3 月，于长沙

目录

3

三维空间
你中有我，我中有你

4

少即是多
连接，直到宇宙无限

1

为三维埋下种子
一切从怀疑开始

引言

古希腊哲学家苏格拉底曾经说过，怀疑是无限的探求。德国哲学家尼采也曾经说过，伟大的灵魂是向往怀疑的。开篇伊始，望大家保持如初生婴儿对自然、对世界、对知识的好奇、怀疑和探索之心，开始我们的学习之旅。

首先，怎么怀疑？无的放矢、不明就里的怀疑只会把你带入混沌的迷雾中。回到苏格拉底那句话，我们需要做的是根据一定的规范、原则、常理、知识进行探索、寻求答案，并在这个过程中保持对规范、原则、常理、知识等的不迷信。

举个例子，大家都见过松果（别称松塔），它的构造非常有趣，大自然的鬼斧神工“雕琢”了一颗颗鳞片排列规整的松树种子。通过观察松果的构造，我们可以发现，松果的结构严格遵守着斐波那契数列的排列原理。这是一个判断的过程：提取松果构造的信息，判断分析其构造的模式。这时我们会产生怀疑——为什么松果会和斐波那契数列产生关系呢？（图1-1）

再如蜜蜂的蜂巢，一列列菱形巢室拼接成完美的六角形剖面，最大限度地为工蜂节省了劳力和蜂蜡的使用。工蜂没有图纸也没有工具，更没有上帝之眼俯视世界，为什么会筑造出完美六角形巢室？

为什么大自然的许多事物是和数学中的几何学紧密联系的呢？其实这就是探索精神驱使下的产物。在好奇心的作用下，人们发挥想象力，对自然事物进行观察、找出规律，发现蕴含的原理。更抽象地说，好奇心驱使人对未知事物产生疑问，提炼出思维方法。“好奇心—怀疑—探索精神”构成了逻辑闭环：好奇心产生了怀疑，怀疑驱使了想象力的拓展，而想象力的拓展又激发了好奇心。这样延续下去，独立思考能力必将出现。

早在古希腊时期，人类就对自身在宇宙、地球上的存在方式和位置提出了各种怀疑。著名的科学家、哲学家亚里士多德曾对空间进行过探索、分析、论证，他对空间的认识代表了古希腊的最高水平，创造了人类时空认识史上第一个较完备的空间学说。以亚里士多德作为开始，我们进入本章的第一个部分。

图 1-1　藏有斐波那契数列原理的松果

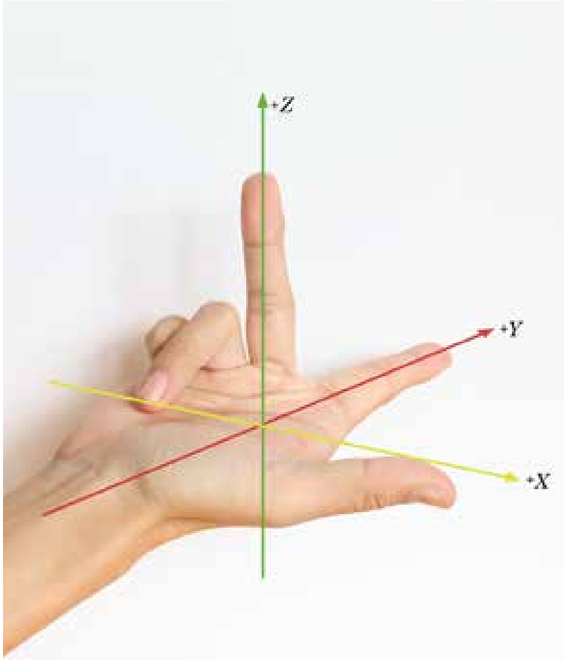


图 1-2　右手模拟笛卡尔坐标系

1.1　三维空间是什么

亚里士多德认为：空间有长、宽、高三维，乃是一个事物的直接包围者，而又不是该事物的部分；直接空间既不大于也不小于内容物；空间可以在内容实物离开以后留下来，因而是可分离的。

亚里士多德的思想和学说很大程度受其老师柏拉图的影响，当然，柏拉图的思想不仅影响了亚里士多德，而且在其追随者的研究下，定义并产生了著名的柏拉图多面体。柏拉图多面体是初学者认识三维立体空间最直观的一种模型，也是笔者在教学当中结合几何与设计进行产品设计初级阶段教学的重要方法，这在后面的章节会有详细介绍。

初学阶段，在平面图纸上进行三维空间的表达，我们需要学习并借助勒内·笛卡尔（René Descartes）和皮耶·德·费马（Pierre de Fermat）等数学家创立并发展的解析几何（亦称坐标几何）。在笛卡尔坐标系中，我们可以直观、准确地对三维空间进行表达。（图 1-2）

1.2　尺规作图

说到尺规作图，大家几乎都知道“用尺子和圆规画图，尺子是直尺，用来画直线，圆规用来画圆”，这种理解源自我们中小学时期对几何知识的学习，是我们义务教育中必须学习的内容。

在这里，我们希望用更加系统的思路、更为简单的语言来介绍尺规作图，包括其基本工具和基本画法以及创造性地用尺规创作图形。

1.2.1　工具

什么是尺

作为工具的“尺”是尺子，是测量长度的工具，也是可以用来画图的工具。

“尺”也是长度的度量单位，是中国传统度量单位中的一种。我们常听到的词汇有“七尺男儿”“冰冻三尺”，传统的长度单位还有寸、丈、里等。

尺的分类

按形状分类——直尺、三角尺、角尺、丁字尺、卷尺等。

按材料分类——木尺、竹尺、塑料尺、铁尺、钢板尺、皮尺等。

按测量工具和精度分类——游标卡尺、千分尺、米尺等。

按文化缘起及度量单位分类——中国尺（寸、尺）、英尺（英寸、英尺）、米尺（毫米、厘米、

分米、米）。全世界各个地区，不同历史阶段的社会文明都有自己的度量单位。为了方便国际交流，形成了国际统一通用标准。我国于 1984 年正式确立“米”为我国法定计量单位，有效提升了生产、生活效率。但传统的度量方式也依旧保存在特定的行业之中，是优秀传统文化的重要组成部分。

故事

在中国人民过去习用的计量单位中，长度单位有尺、分、厘等，当引入西方度量衡时，按中国习惯加上公字，比如译成公尺、公分、公厘等。在日常的生产生活中，劳动工人依旧习惯口语使用“公尺”（米 m）、“公分”（厘米 cm）、“厘”（毫米 mm）、“丝”（0.01 毫米 mm）。

“这块木板的厚度是 3 公分”，即“这块木板的厚度是 3 厘米（cm）”。

“这张纸板的厚度是3厘（口语常说为‘3个厘’）”，即“这张纸板的厚度是3毫米（mm）”。

“这个零件的加工精度是 1 丝（口语常说为‘1个丝’）”，即“这个零件的加工精度是 0.01 毫米（mm）”。

注：度量衡是指在日常生活中用于计量物体长短、容积、轻重的统称。度量衡的发展大约始于原始社会末期，因地域和国情不同，计量统计方式也不同。

度——计量长短用的器具称为度。

量——测定计算容积的器皿称为量。

衡——测量物体轻重的工具称为衡。

常见的尺

常见的直尺有钢板尺、塑料尺、木尺等。

钢板尺质性坚硬，耐摩擦，不易破损，适合在制作手工艺、切割材料等情况下使用。（图 1–3）

图 1–3　钢板尺

三角尺又叫三角板，是一种应用广泛的绘图工具，通常由塑料或木头等材质制成，由于材质较软，容易出现磨损、破裂、老化等情况，会在一定程度上影响制图精度。一套三角板由两个三角板组成，常用于画平行线，其中一个三角板的三个角分别为 45°、45°、90°，另一个三角板的三个角度为 30°、60°、90°。（图 1–4）

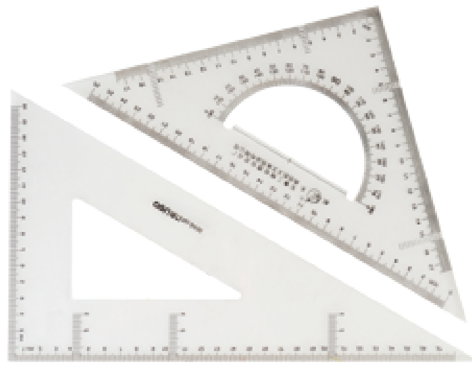


图 1–4　三角板

卷尺（拉尺）是生活中常用的量具之一，其中最常见的是建筑装修上常用的钢卷尺，其他的卷尺还包括皮尺、纤维尺、鲁班尺等诸多种类。

因类别不同，不同卷尺上的刻度不同。例如皮尺与钢卷尺的公制刻度相同，但皮尺的反面是市制刻度。（图 1–5、图 1–6、图 1–7）

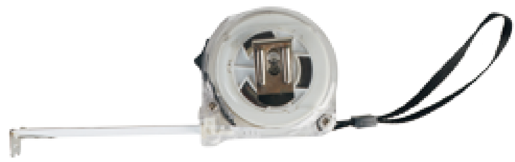


图 1–5　钢卷尺

图 1–6　皮尺（建筑工地常用）

图 1–7　皮尺（裁缝常用）

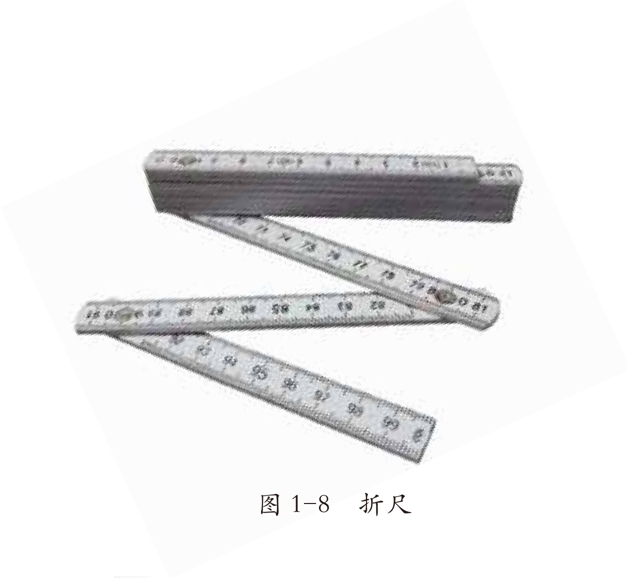


图 1-8　折尺

图 1-9　木工尺

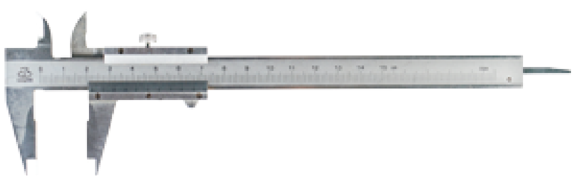


图 1-10　游标卡尺

图 1-11　螺旋测微仪

折尺是在卷尺出现之前常用的一种便携尺子，用于测量和绘制直线，并且能够用于绘制精度较高的多边形，如等边三角形、等腰三角形、正四边形、正五边形、菱形等。（图 1-8）

木工尺又称角尺、曲尺，古时称“矩”。古语有“不以规矩，不能成方圆”，这里所说的规矩，规即圆规，矩即为木工尺，两边夹角为90°直角，用于绘制方形。矩的短边名“勾”，长边名“股”，从西方引入的直角三角形边长定理恰好与勾股之意相符合，为了便于理解，故而命名为“勾股定理”。（图 1-9）

游标卡尺由主尺和附在主尺上能滑动的游标两部分构成，测量精度为0.1毫米，主要用于测量长度、管状物的内径和外径，并能够测量深度。中国国家博物馆中珍藏的制造于公元9年的“新莽铜卡尺”是迄今为止全世界发现的最早的卡尺。（图 1-10）

螺旋测微仪又称千分尺，是比游标卡尺更精密的测量长度的工具，精度可以准确到0.01毫米，其测量范围较小，一般在10厘米以内。（图 1-11）

故事

我国传统的市制（尺、寸）度量系统在服装行业，尤其是服装定制行业依然沿用，并且没有式微的迹象。国际著名平面设计大师、汕头大学长江艺术与设计学院第一

任院长靳埭强先生（大家都称他为“靳叔”）青年时期在香港做过10年的裁缝，后来转行成为平面设计师且蜚声海内外。如今虽然年过七旬，靳叔依旧对尺子情有独钟，看到有新奇的尺子都会收藏起来，至今已收藏数百把世界各地的传统尺子。笔者有幸曾到靳叔家中拜访，看到收纳整齐的尺子，真可谓是一座尺子博物馆啊。（图1–12）

图 1–12　靳埭强海报作品

课外扩展

请查找世界历史上其他国家还有哪些主要的度量尺?

什么是规

规，即圆规，是一种技术绘图工具，可用于刻画圆或圆弧。作为分隔线，它们还可以用来测量距离，特别是在地图上。圆规的发明最早可追溯至中国夏朝，《史记 · 夏本纪》记载大禹治水“左准绳，右规矩”，公元前15世纪的甲骨文中，已有“规”“矩”二字。

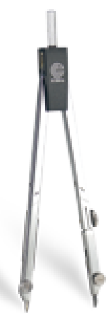


图 1–13　掰动式圆规

掰动式圆规结构简单，价格相对便宜，且使用方便，因使用过程中容易变形导致绘图不够精准，所以在使用时需要细心。（图1–13）

转动式圆规结构较复杂，通常以金属材料制作，精度较高，价格也相对较贵。这类圆规使用方便，使用过程中不会变形，绘图精准。（图1–14、图1–15）

图 1–14　转动式圆规

图 1–15　转动式圆规

分规常常选用坚硬的金属材料制作，两端尖锐，可以在硬物上刻画痕迹，也用于截取已知线段长度，刻画相同长度的线段。（图 1–16）

图 1–16　分规

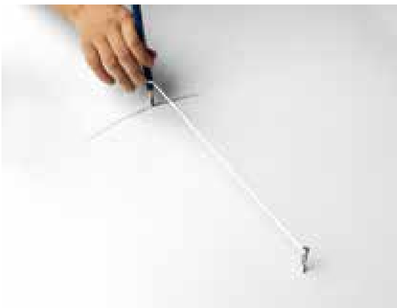


图 1-17　拉线圆规

图 1-18　木工圆规

拉线圆规——利用绳、线控制与圆心的距离，绘制圆形。(图 1-17)

木工圆规——利用一切可以固定长度、保证画线位置与圆心距离不变的材料(木条、水管等现有材料)绘制圆形，是日常生活中非常实用的方法。(图 1-18)

1.2.2　画法

本章致力于以最简洁而通俗的方式介绍如何用尺规来绘制我们希望得到的图形。这一部分将介绍尺规作图最基础的画法，逐渐展开对美妙图形世界的探索。

基本画法

1. 在一个给定的有限直线上作一个等边三角形。

设 AB 是所给定的有限直线，那么，要求在线段 AB 上作一个等边三角形。

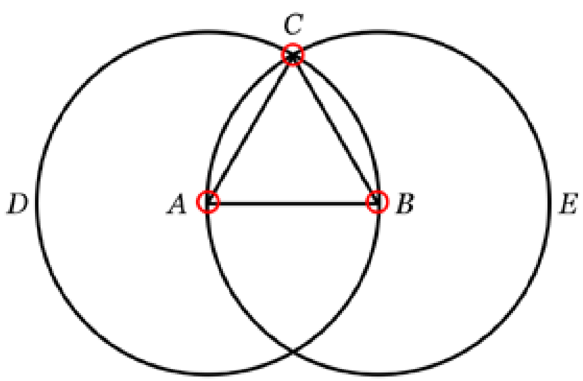


图 1-19　画法 1

步骤(图 1-19)：

①以 A 为圆心，且以 AB 为半径距离画圆 BCD。

②以 B 为圆心，且以 BA 为半径距离画圆 ACE。

③由两圆交点 C 到 A、B 连线 CA、CB，得到等边三角形 ABC。

2. 由一个所给定的点(作为端点)作一线段等于已知线段。设 A 是所给定的点，BC 是已知线段，那么，要求由点 A(作为端点)作一线段等于已知

线段*BC*。

步骤（图1-20）：

①由点*A*到点*B*连线段*AB*。

②而且在*AB*上作等边三角形*DAB*。

③延长*DA*、*DB*成直线*AE*、*BF*。

④以*B*为圆心，以*BC*为半径距离画圆*CGH*。

⑤再以*D*为圆心，以*DG*为半径距离画圆*GKL*，交*AE*于点L，从而得到线段*AL*等于*BC*。

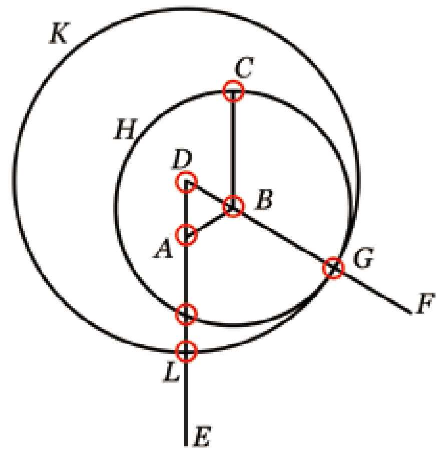


图 1-20　画法 2

3. 已知两条不相等的线段，试从长的线段上截取一条线段使它等于另外一条。设*AB*、*C*是两条不相等的线段，且*AB*长于*C*。

要求在较长的*AB*上截取一条线段等于较小的*C*。

步骤（图1-21）：

①由点*A*取*AD*等于线段*C*。

②且以*A*为圆心，以*AD*为半径距离画圆*DEF*，从而得到线段AE等于线段*C*。

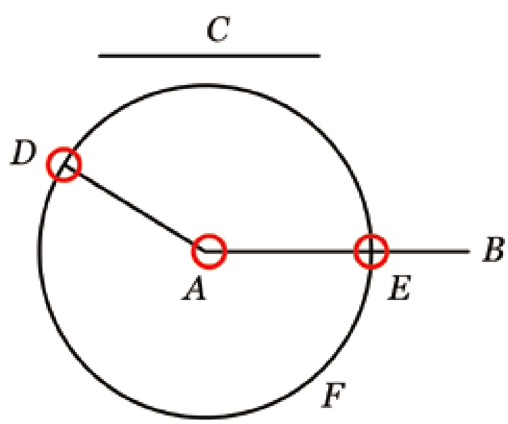


图 1-21　画法 3

4. 二等分一个给定的直线角。

设角*BAC*是一个给定的直线角，要求二等分这个角。

步骤（图1-22）：

①设在*AB*上任意取一点*D*，在*AC*上截取*AE*等于*AD*。

②连接*D*、*E*，且在*DE*上作一个等边三角形*DEF*，连接*A*、*F*，线段*AF*就是角*BAC*

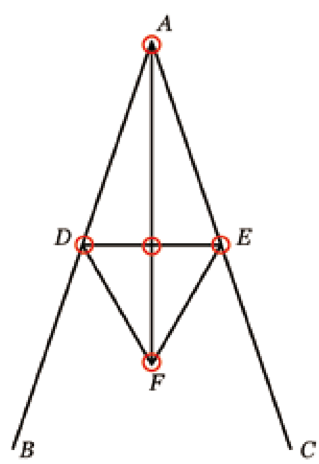


图 1-22　画法 4

的角平分线。

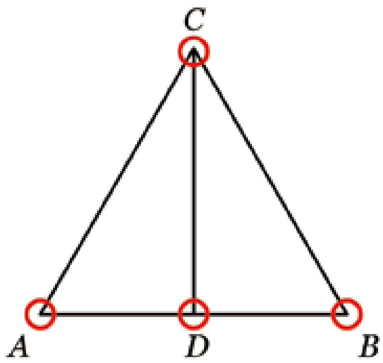


图 1-23　画法 5

5. 二等分已知有限直线。

设AB是已知有限直线，那么，要求二等分有限直线AB。

步骤（图 1-23）：

①在AB上作一个等边三角形ABC。

②作直线CD二等分角ACB，从而得到线段AB的中点D。

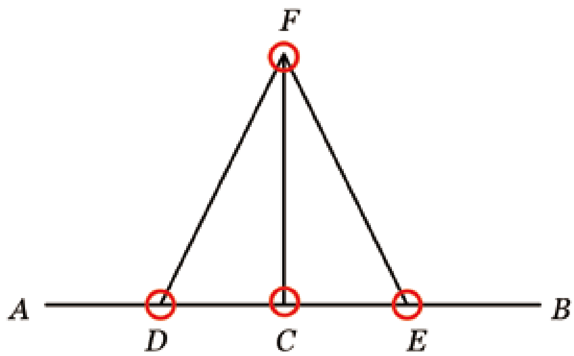


图 1-24　画法 6

6. 由给定的直线上一已知点作一直线和给定的直线成直角。

设AB是给定的直线，C是它上边的已知点。那么，要求由点C作一直线和直线AB成直角。

步骤（图 1-24）：

①设在AC上任意取一点D，在CB上截取CE且使CE等于CD。

②在DE上作一个等边三角形FDE，连接F、C，从而得到FC垂直AB。

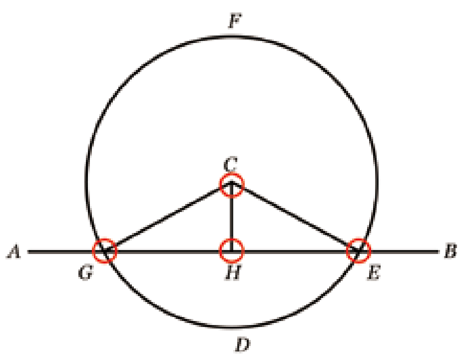


图 1-25　画法 7

7. 由给定的无限直线外一已知点作该直线的垂线。

设AB为给定的无限直线，且设已知点C不在它上。要求由点C作无限直线AB的垂线。

步骤（图 1-25）：

①设在直线AB的另一侧任取一点D。

②且以点C为圆心，以CD为半径距离作圆EFG，交直线AB于E、G两点。

③设线段EG被点H二等分，连接C、G，C、H与C、E，从而得到CH垂直于AB。

8. 在给定的直线和它上面的一点，作一个直线角等于已知直线角。

设AB是给定的直线，A为它上面一点，角DCE为给定的直线角。

于是要求由给定的直线AB上已知点A作一个等于已知的直线角DCE的直线角。

步骤（图1-26）：

①在直线CD、CE上分别任意取点D、E，连接D、E。

②用等于三条线段CD、DE、CE的三条线段作三角形AFG，其中CD等于AF，CE等于AG，FG等于DE。从而得到角FAG等于角DCE。

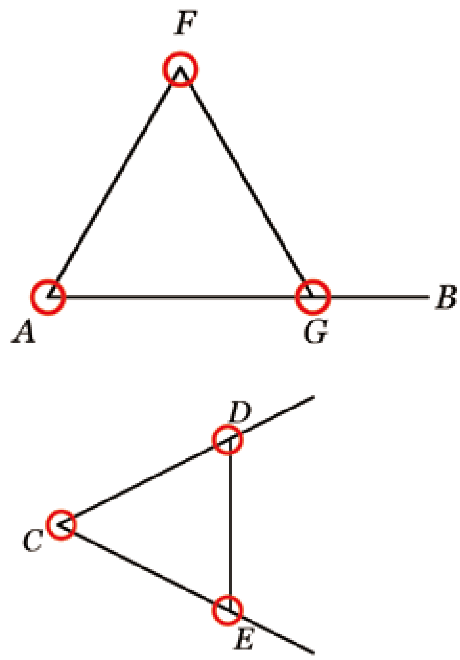


图 1-26　画法 8

故事

《几何原本》（希腊语：Στοιχεῖα）又称《原本》，是古希腊数学家欧几里得总结古希腊400余年的几何学知识并结集出版的一本数学著作，大约成书于公元前300年，它以公理、公设、定义、逻辑推理等方法奠定了数学的基础。（图1-27）

《几何原本》在明朝末年传入中国，直到1607年由明朝数学家徐光启、意大利传教士利玛窦共同翻译出版，首次命名为《几何原本》，并同时命名了点、线、直线、平行线、角、三角形和四边形等中文译名，对推动中国的数学发展起到重要作用。

图 1-27　1607 年，利玛窦、徐光启汉译版《几何原本》内页图

课外扩展

《几何原本》中的定义、定理和公设

定义

1. 点是没有部分的。

2. 线只有长度而没有宽度。

3. 一线的两端是点。

4. 直线是它上面的点一样地平放着的线。

5. 面只有长度和宽度。

6. 面的边缘是线。

7. 平面是它上面的线一样地平放着的面。

8. 平面角是在一平面内但不在一条直线上的两条相交线相互的倾斜度。

9. 当包含角的两条线都是直线时，这个角叫做直线角。

10. 当一条直线和另一条直线交成的邻角彼此相等时，这些角的每一个叫做直角，而且称这一条直线垂直于另一条直线。

11. 大于直角的角叫做钝角。

12. 小于直角的角叫做锐角。

13. 边界是物体的边缘。

14. 图形是被一个边界或几个边界所围成的。

15. 圆是由一条线围成的平面图形，其内有一点与这条线上的点连接成的所有线段都相等。

16. 而且把这个点叫做圆心。

17. 圆的直径是任意一条经过圆心的直线在两个方向被圆周截得的线段，且把圆二等分。

18. 半圆是直径和由它截得的圆周所围成的图形。而且半圆的心和圆心相同。

19. 直线形是由线段围成的，三边形是由三条线段围成的，四边形是由四条线段围成的，多边形是由四条以上线段围成的。

20. 在三边形中，三条边相等的，叫做等边三角形；只有两条边相等的，叫做等腰三角形；各边不等

的，叫做不等边三角形。

21. 此外，在三边形中，有一个角是直角的，叫做直角三角形；有一个角是钝角的，叫做钝角三角形；有三个角是锐角的，叫做锐角三角形。

22. 在四边形中，四边相等且四个角是直角的，叫做正方形；角是直角，但四边不全相等的，叫做长方形；四边相等，但角不是直角的，叫做菱形；对角相等且对边也相等，但边不全相等且角不是直角的，叫做斜方形；其余的四边形叫做不规则四边形。

23. 平行直线是在同一个平面内的一些直线，向两个方向无限延长，在不论哪个方向它们都不相交。

公设

1. 由任意一点到另外任意一点可以画直线。

2. 一条有限直线可以继续延长。

3. 以任意点为圆心及任意的距离可以画圆。

4. 凡直角都彼此相等。

5. 同平面内一条直线和另外两条直线相交，若在某一侧的两个内角的和小于二直角，则这二直线经无限延长后在这一侧相交。

公理

1. 等于同量的量彼此相等。

2. 等量加等量，其和仍相等。

3. 等量减等量，其差仍相等。

4. 彼此能重合的物体是全等的。

5. 整体大于部分。

注：选自《几何原本》第一卷，兰纪正、朱恩宽译本（译林出版社 2011 年 11 月第一版）。《几何原本》中有“公设”与“公理”之分，近代数学对此不再区分，都称“公理”。

1.2.3 图形制作

线段分割

尺规作图因其工具简单、规则简洁及问题本身具有的高度挑战性，吸引了无数爱好者研究。或许将一条线段二等分是非常容易的事情，但三等分可能就没那么简单了，动手试试吧。

问题：如何将线段 *AB*（图 1-28）分别进行二等分、三等分、四等分、五等分？

图 1-28　线段 *AB*

人类历史上关于如何等分一条直线，有过非常多的尝试，现列举三种方法如下。

方法一：Glad 构造法（图 1-29）

①以线段 *AB* 为一边，构造一个矩形 *ABCD*。

②连线 *AC*、*BD*，相交点为 *E2*。

③过点 *E2* 作线段 *E2F2* 垂直于 *AB*（$E2F2 \perp AB$），垂足为点 *F2*，则 $AF2=BF2=AB/2$。*F2* 为线段 *AB* 的二等分点。

④连接 *D*、*F2*，与 *AC* 的相交点为 *E3*。

⑤过点 *E3* 作线段 *E3F3* 垂直于 *AB*（$E3F3 \perp AB$），垂足为点 *F3*，则 $AF3=AB/3$。*F3* 为线段 *AB* 的三等分点。

依次类推，可以找到线段 *AB* 的四等分点、五等分点……n 等分点。

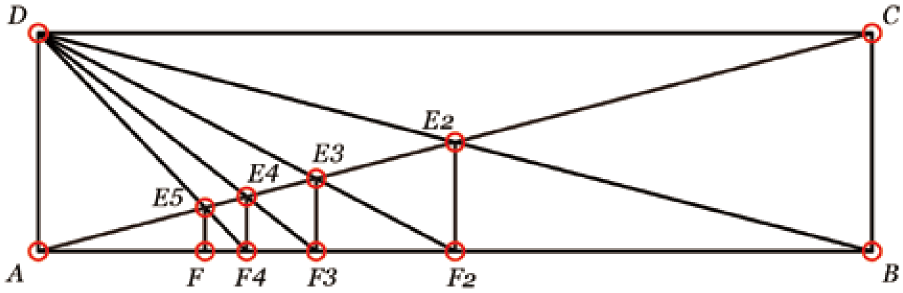


图 1-29　Glad 构造法

方法二：白朗松构造法（图 1-30）

18 世纪，法国数学家白朗松提出了下图所示的关于将线段等分的解法，具体的构造方法与 Glad 构造法类似。可以看出，如果点 *P* 位于无限远处，白朗松构造就变成了 Glad 构造。

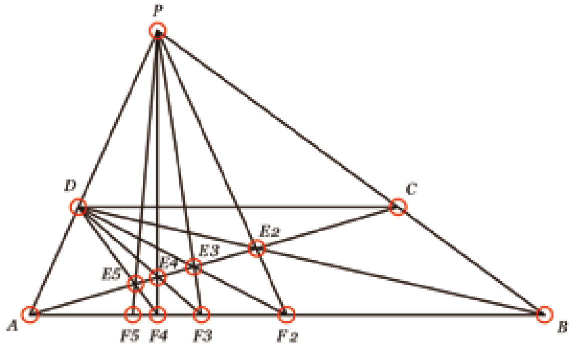


图 1-30　白朗松构造法

方法三：平行线等分线段原理构造法（图 1-31）

①以 *A* 为端点，画一条射线 *AE*。

②以 *B* 为端点，画一条射线 *BF*，使得 *BF* 与 *AE* 平行（*BF//AE*）。

③用圆规在射线 *AE* 上顺次截取固定长度的线段 *AE1*，依次截取 *AE1=E1E2=E2E3=E3E4*。

④在射线 BF 上顺次截取固定长度的线段 *BF1=AF1*，依次截取 *BF1=F1F2=F2F3=F3F4*。

⑤分别连线 *E1F4*、*E2F3*、*E3F2*、*E4F1* 与 *AB* 分别交于点 *P1*、*P2*、*P3*、*P4*。

则 *P1*、*P2*、*P3*、*P4* 是线段 *AB* 的五等分点。

同样依此方法，可以找到线段 *AB* 的三等分点、四等分点……n 等分点。

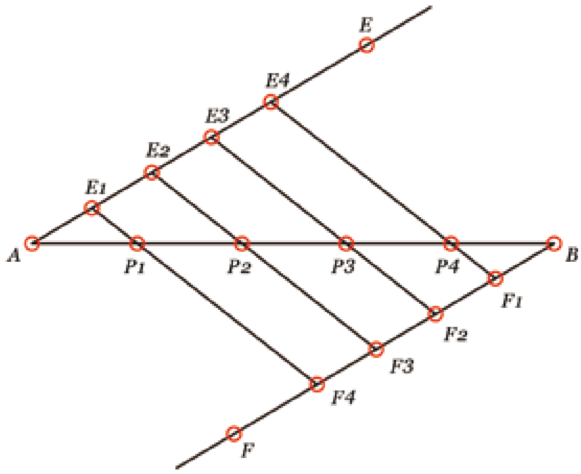
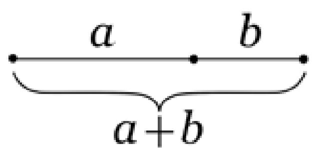


图 1-31　平行线等分线段原理构造法

黄金分割

黄金分割又称黄金比例，是一个常用的数学常数，一般以希腊字母 Φ（发音 fai，大写 Φ，小写 *φ*）表示，就如同用希腊字母“π”来代表圆周率一样，Φ 代表黄金分割数。

黄金分割的特殊之处在数学意义上表达为：Φ ＝ 1 ＋ 1/Φ，具体数值为 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$，约等于 1.618，而 1/Φ 的数值为 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，约等于 0.618。若是用图形关系来表达，我们可以看到如右图（图 1-32）的情况：



$$\frac{a+b}{a}=\frac{a}{b}=\Phi \quad (a>b>o)$$

图 1-32　黄金比例图形关系

Φ 是个奇妙的数字，因其自身在数学上的特

殊性且其在自然中存在的状态能够给人美的感受。举个例子：将一个整体一分为二，如果较大部分与整体部分的比值等于较小部分与较大部分的比值，这个几何体就会给人以美的感受。因此，黄金分割在被数学家发现之后，就成为人们长期探索追寻的目标，黄金分割也被认为是建筑和艺术中最理想的比例。

下面，请用尺规作图来寻找一条线段 AB 的黄金分割点。

具体步骤（图 1-33）为：

①在白纸上画出一条线段 AB。过点 B 作 AB 的垂线。

②用圆规在垂线上截取 $BC=AB/2$，连接 A、C。

③用圆规以 C 为圆心，以 CB 的长度为半径画弧，交 CA 于点 D。

④用圆规以 A 点为圆心，以 AD 的长度为半径画弧，交 AB 于点 E。

这样，我们便得到了线段 AB 的黄金分割点 E。

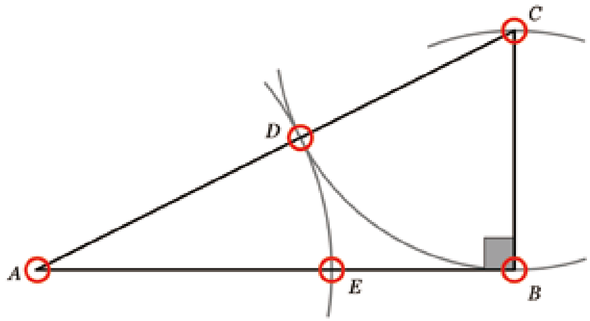


图 1-33　线段 AB 黄金分割点

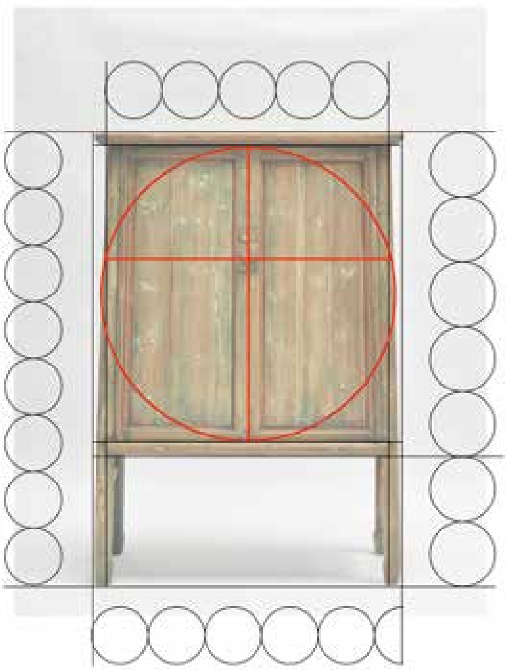


图 1-34　潮汕地区老柜子

课外探索

利用比例分析的方法去解构生活中那些优美的作品吧。

了解黄金分割之后，可以尝试使用比例测量的方法去解剖那些视觉感受美的作品。

潮汕地区的老柜子，柜顶的长度与柜子的高度比例为 5 ∶ 8，柜身的梯形四边相切于同一个圆，柜门的钮位于柜身黄金分割比的高度，柜身与柜脚的长度比例为 5 ∶ 2。（图 1-34）

右图为建于1927年的辽宁省抚顺市北三家站，正视图中屋顶的造型可由正五边形分割得到，门窗比例符合黄金分割比，外轮廓比例为1 ∶ 4，墙面的比例为1 ∶ 5，屋顶与墙高的比例为2 ∶ 7。（图1-35）

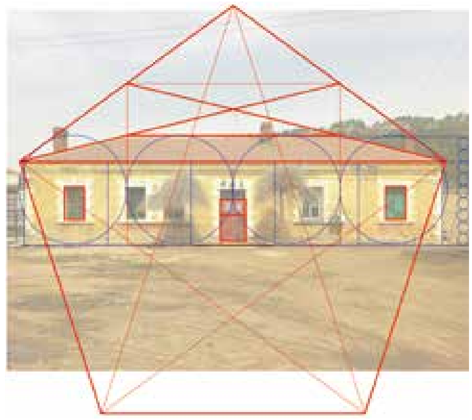


图 1-35　北三家站正视图

北三家站侧面的一面墙，墙体符合黄金分割比，可分为上下左右三等分的网格，窗的轮廓由一个黄金分割矩形和一个小黄金分割矩形组成，梁与墙面的比为1 ∶ 8。（图 1-36）

图 1-36　北三家站侧面

古希腊的帕特农神庙，正视图外轮廓符合黄金分割比，檐部与黄金分割曲线相切。（图 1-37）

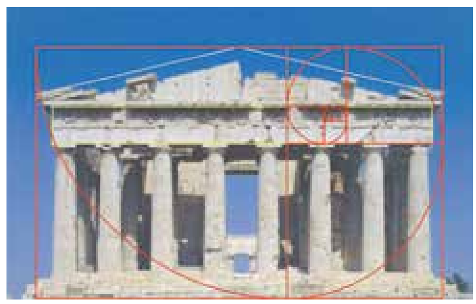


图 1-37　帕特农神庙正视图

建筑休息空间——“盒子下的阿姆斯特丹”（2018年，简称方盒子）的正视图为1 ∶ 1的正方形，侧面比例为5 ∶ 9。（图 1-38）

图 1-38　方盒子正视图

图 1-39　方盒子侧面

方盒子比例遵循黄金分割比例原理。以方盒子的一个端点为原点，由原点向三边方向延伸。这个端点和延伸的三边可看成一个$X—Y—Z$坐标轴。在$X—Z$平面上，若X轴长度用9个正圆来表示，则Y轴长度可以用5个正圆来表示，5 ∶ 9的数值接近黄金分割比，产生视觉上的美感体验。在$Z—Y$平面上，Z轴长度与Y轴长度比为1 ∶ 1，在视觉上是和谐统一的。方盒子运用黄金分割比例原理，从整体上看，是美感与理性的呈现。（图1-39）

正多边形的尺规作图

正三边形

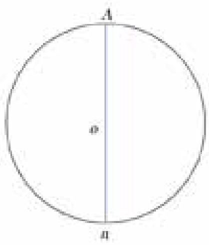


图 1-40　步骤①

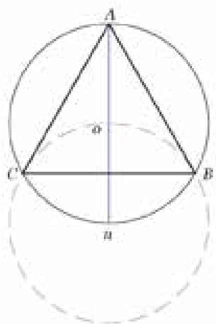


图 1-41　步骤②③④⑤

①以o点为圆心作圆O，取圆O上一点n。（图1-40）

②以n为圆心，作同尺寸圆N。

③连接圆O、圆N相交两点，作线段CB。

④连接n、o垂直CB并延长相交于圆O于A。

⑤连接A、B、C得到等边三角形ABC。（图1-41）

正四边形

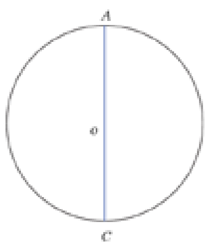


图 1-42　步骤①②

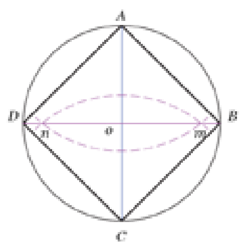


图 1-43　步骤③④⑤

①以o为圆心作圆O。

②过o点作直线，交于圆O于A、C两点。（图1-42）

③分别取A、C两点作圆心画圆，得到圆A、圆C，且圆A与圆C半径相等，大于圆O半径。

④连接圆A、圆C相交点m、n，得直线mn垂直AC并交于圆O于B、D两点。

⑤连接A、B、C、D得到正四边形$ABCD$。（图1-43）

正五边形

①同理得圆O，且作An垂直mp。（图1-44）

②以p为圆心、op为半径画弧，交圆O于s、t。

③连接s、t交mp于h。（图1-45）

④以h为圆心、Ah为半径画弧，交mp于g。（图1-46）

⑤以A为圆心、Ag为半径画弧，交圆O于B、E。（图1-47）

⑥以E为圆心、AE为半径，交圆O于D。

⑦同理得出点C。（图1-48）

⑧依次连接A、B、C、D、E，得到正五边形$ABCDE$。（图1-49）

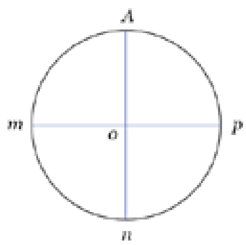


图 1-44　步骤①

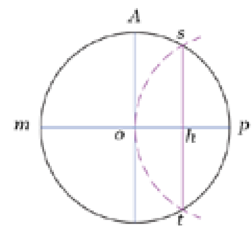


图 1-45　步骤②③

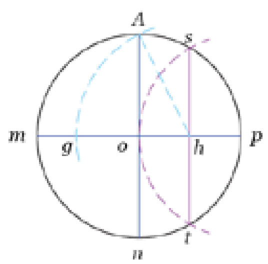


图 1-46　步骤④

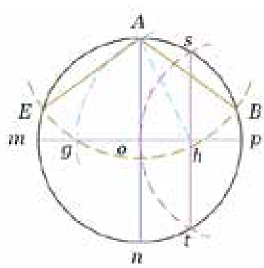


图 1-47　步骤⑤

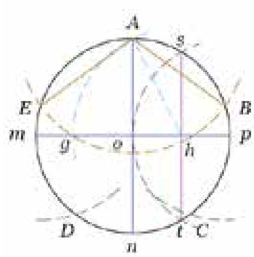


图 1-48　步骤⑥⑦

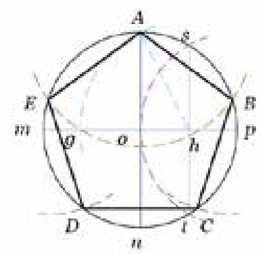


图 1-49　步骤⑧

正六边形

①作圆O，通过o作直线交圆O于A、D。（图1-50）

②分别以A、D为圆心，且以Ao、Do为半径画弧，交圆O于B、F、E、C四点。（图1-51）

③依次连接A、B、C、D、E、F，得到正六边形$ABCDEF$。（图1-52）

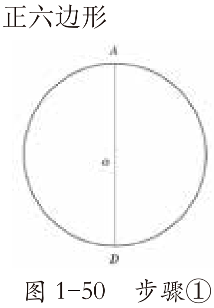


图 1-50　步骤①

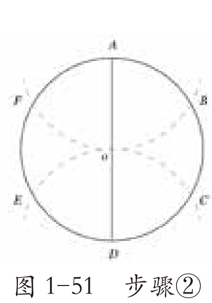


图 1-51　步骤②

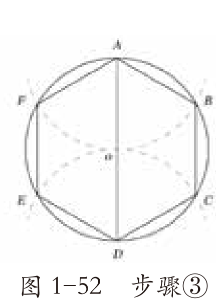


图 1-52　步骤③

正七边形

①作有六个等分点的线段*pq*。

②以*pq*的中点*o*为圆心、*op*为半径作圆。

③*pq*、*mn*为互相垂直的直径。（图1-53）

④以*p*为圆心、*pq*为半径画弧，交*mn*的延长线于*s*点。

⑤连接*s2*、*s6*分别交圆于*E*、*C*。

⑥连接*E*、*C*。（图1-54）

⑦以*E*为圆心，大于*EC*/2的任意半径画弧。

⑧以*C*为圆心，以上一步的半径长度为半径画弧，与上一步所得的圆弧交于*t*点。

⑨连接*o*、*t*交圆于点*D*。（图1-55）

⑩连接*E*、*D*和*C*、*D*，以*ED*为半径、*E*为圆心画弧，与圆交于*F*。

⑪依次操作可得*G*、*A*、*B*各点。

⑫连接*A*、*B*、*C*、*D*、*E*、*F*、*G*各点可得正七边形。（图1-56）

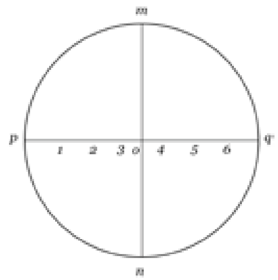


图 1-53　步骤①②③

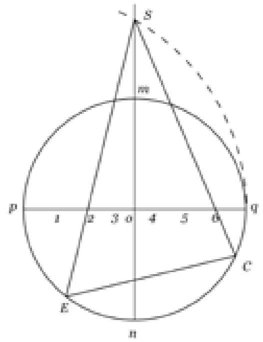


图 1-54　步骤④⑤⑥

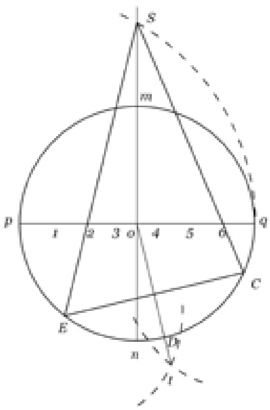


图 1-55　步骤⑦⑧⑨

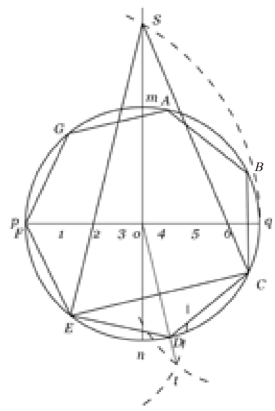


图 1-56　步骤⑩⑪⑫

正八边形

①以*o*为圆心、*oA*为半径画圆。（图1-57）

②以*A*为圆心、以超过*Ao*的任意长度为半径向*A*点两侧画弧。

③同理在*A*、*C*、*E*、*G*各点画弧，得到交点*a*、*b*、*c*、*d*，连接*a*、*c*和*b*、*d*；交圆于四个点。（图1-58）

④依次连接*A*、*E*、*C*、*G*以及各交点，可得正八边形。（图1-59）

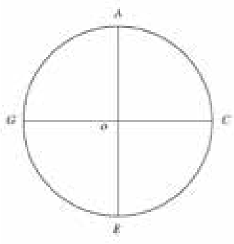


图 1-57　步骤①

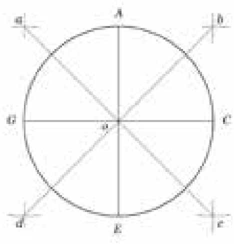


图 1-58　步骤②③

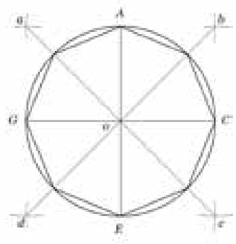


图 1-59　步骤④

正九边形

①以 o 为圆心，以 aF、cb 为直径画圆，aF、cb 互相垂直。（图 1-60）

②以 a 为圆心、oa 为半径画弧，与圆交于 C、G。

③以 F 为圆心、oF 为半径画弧，与圆交于 e、f。

④连接 C、F、G 和 a、e、f，二者交于 h、i、j、k、l、g。（图 1-61）

⑤以 a 为圆心、ak 为半径画弧，与圆交于 D、H。

⑥以 f 为圆心、fg 为半径画弧，与圆交于 B、I。

⑦以 e 为圆心、ei 为半径画弧，与圆交于 A、E。

⑧连接 A、B、C、D、E、F、I、H、G 可得正九边形。（图 1-62）

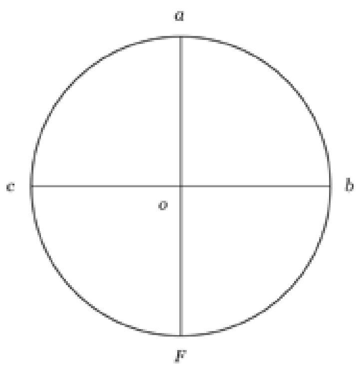


图 1-60　步骤①

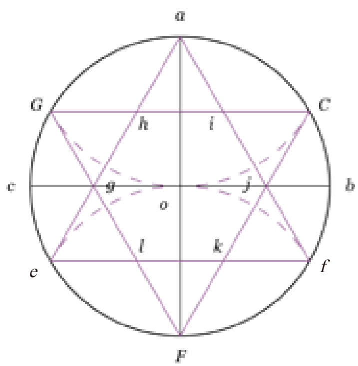


图 1-61　步骤②③④

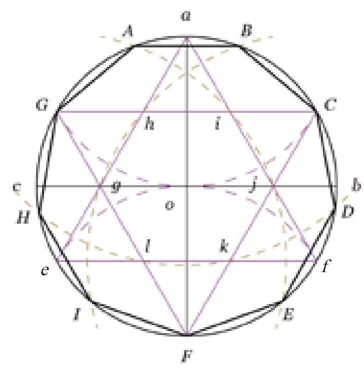


图 1-62　步骤⑤⑥⑦⑧

正十边形

①以 o 为圆心，ab、AF 为直径画圆，ab、AF 互相垂直。（图 1-63）

②以 b 为圆心、ob 为半径画弧，与圆交于 m、n。

③连接 m、n，与 ob 交于 h 点，以 h 点为圆心、hA 为半径画弧，与 oa 交于 g。（图 1-64、图 1-65）

④以 A 为圆心，Ag 为半径画弧，交圆于 I 点。

⑤连接 A、I。（图 1-66）

⑥以 A 为圆心、大于 $AI/2$ 的任意长度为半径画弧。

⑦以 I 为圆心、以上一步的半径长度为半径画弧，与上一步骤所得的弧交于 P。（图 1-67）

⑧连接 o、P，与圆交于 J，连接 A、J 和 I、J。

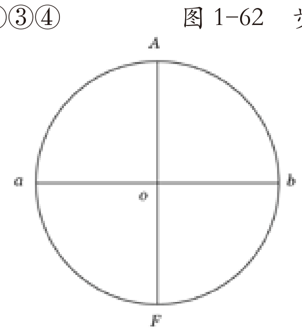


图 1-63　步骤①

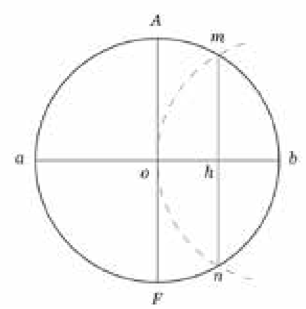


图 1-64　步骤②

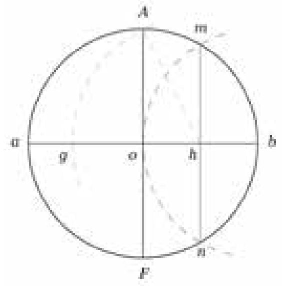


图 1-65　步骤③

⑨以A为圆心、AJ为半径画弧，与圆交于B。

⑩以B为圆心、AB为半径画弧，与圆交于C。

⑪同理依次画弧，与圆交于D、E、F、G、H。

⑫连接A、B、C、D、E、F、G、H、I、J可得正十边形。（图1-68）

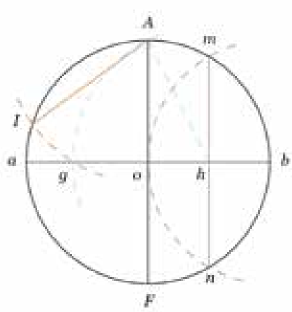


图 1-66　步骤④⑤

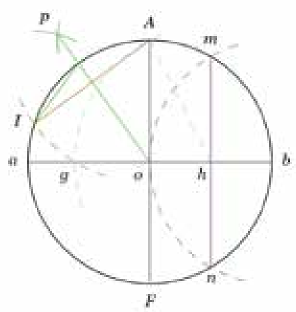


图 1-67　步骤⑥⑦

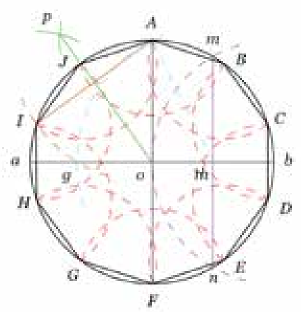


图 1-68　步骤⑧⑨⑩⑪⑫

正十一边形

①作有十个等分点的线段pq。

②以pq中点o为圆心，mn、pq为直径画圆，mn与pq垂直。（图1-69）

③以p为圆心、pq为半径画弧，与mn的延长线交于s点。

④连接$s3$、$s7$，延长线交圆为H、F。

⑤连接H、F。（图1-70）

⑥以H为圆心，大于$HF/2$的任意半径画弧。

⑦以F为半径，以上一步的半径长度为半径画弧，与上一步骤所得的弧交于t。

⑧连接o、t交圆弧于G。（图1-71）

⑨连接G、H和G、F。

⑩以H点为圆心、GH为半径画弧，与圆交于点I。

⑪同理依次作弧与圆交于J、K、A、B、C、D、E。

⑫连接A、B、C、D、E、F、G、H、I、J、K可得正十一边形。（图1-72）

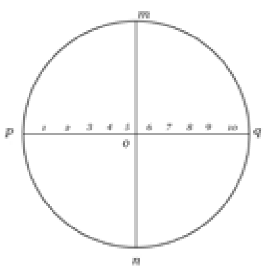


图 1-69　步骤①②

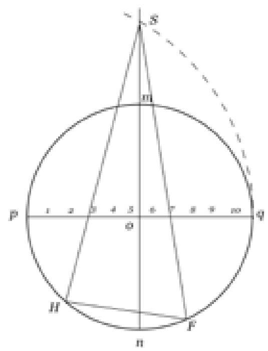


图 1-70　步骤③④⑤

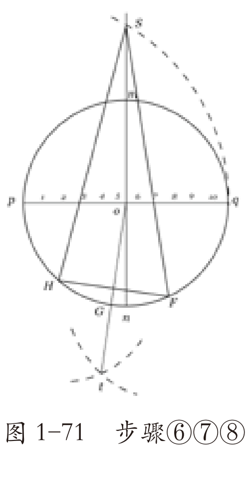


图 1-71　步骤⑥⑦⑧

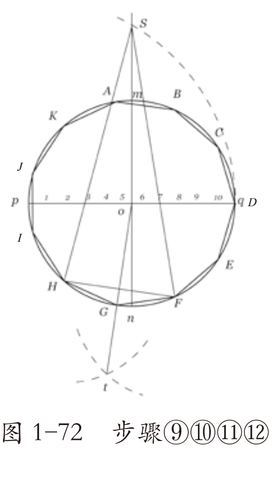


图 1-72　步骤⑨⑩⑪⑫

正十二边形

①以o为圆心、AG为直径画圆。(图1-73)

②以A为圆心、oA为半径画弧，与左半圆交于K，连接A、K。(图1-74)

③以A为圆心、大于$AK/2$的任意长度为半径作弧。

④以K为圆心，以上一步半径长度为半径画弧，与上一步骤所得的圆弧交于g。

⑤连接o、g与圆交于L，连接K、L。(图1-75)

⑥以A为圆心，AL为半径画弧与圆交于B。

⑦同理以AB长度为半径、B为圆心画弧，与圆交于C。

⑧依次操作可得D、E、F、G、H、I、J。

⑨连接A、B、C、D、E、F、G、H、I、J、K、L各点可得正十二边形。(图1-76)

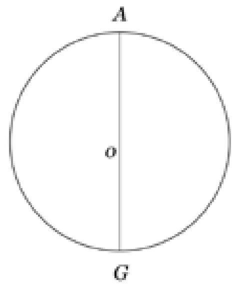


图 1-73　步骤①

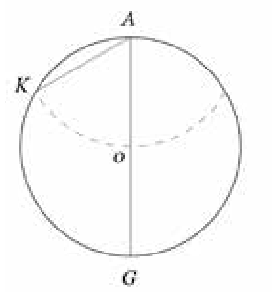


图 1-74　步骤②

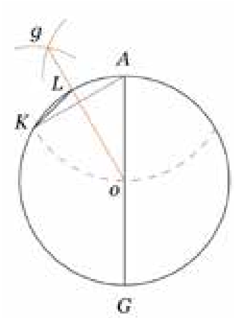


图 1-75　步骤③④⑤

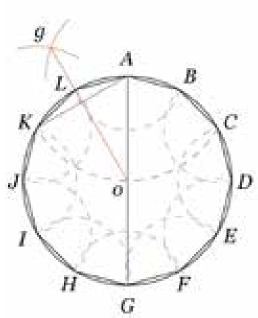


图 1-76　步骤⑦⑧⑨

故事

德国著名数学家约翰·卡尔·弗里德里希·高斯(Johann Carl Friedrich Gauß) 9岁时快速计算出1+2+3·……+100=5050，他的计算方法被命名为高斯定理。(图1-77) 19岁的高斯在哥廷根大学学习期间，证明了通过尺规作图可以画出正十七边形，解决了2000多年来的难题。后来高斯给出了尺规作图正多边形的充分必要条件，成为当时的偶像人物。他自己也感到很自豪，以至于他希望死后在自己的墓碑上刻上正十七边形(有些故事版本说雕刻家在雕刻高斯的墓碑时，认为正十七边形与圆太像，人们分辨不出来，为了能够分辨，就将正十七边形雕刻成十七角星)。

但真实的情况是位于哥廷根的高斯的墓碑(图1-78) 上并没有正十七边形也没有十七角星，仅镌刻了高斯的名字以及出生日期和去世日期。哥廷根大学为高斯树立了一座纪念像，其底座是一个正十七棱柱。


图 1-77　高斯像


图 1-78　位于哥廷根的高斯墓

1.3 二维训练

所谓二维训练，指的是在二维平面上进行图形创作的训练。在对空间概念和空间形象有了基本的认知且了解了尺规作图的基本原理和方法之后，就可以运用这些基本原理和方法进行精彩创作了。

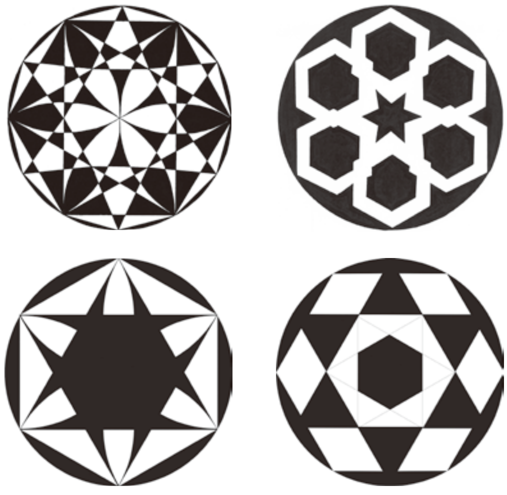


图 1-79　运用圆的 6 和 6 的等分结合进行创作

1.3.1 圆的分割

在白纸上用圆规作一个直径为 10 厘米的圆，用尺规作图的基本方法，在这个圆的范围内进行图形分割，然后有规律地进行图形填色、创作，形成特色图案。（图 1-79 至图 1-84）

图 1-80　运用圆的 16 和 5 的等分结合进行创作

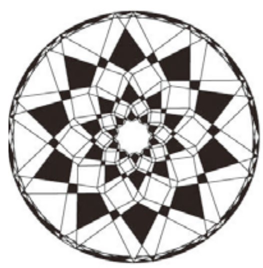


图 1-81　运用圆的 10 和 10 的等分结合进行创作

图 1-82　运用圆的 6 和 5 的等分结合进行创作

图 1-83　运用圆的 4 和 4 的等分结合进行创作，并且在填色选择上进行对比

图 1-84　运用圆的 8 和 8 的等分结合进行创作，作者对黑白比例的把握有节奏，形成了动感

圆的分割存在无数种可能性，每个人都可以创作出属于自己的作品。（图 1-85）

导师的话

圆的分割训练，旨在锻炼创作者的平面视觉形象能力。在有限区域内进行有节奏的分割，能够增强平面区域的空间感、拓展思路，有效地处理平面空间的主次关系，训练平面构成能力。

在图形创作过程中，一定要将铅笔削尖（或者使用比较细的笔）才能够保证作图的精准、减小误差，创作出完美的作品。

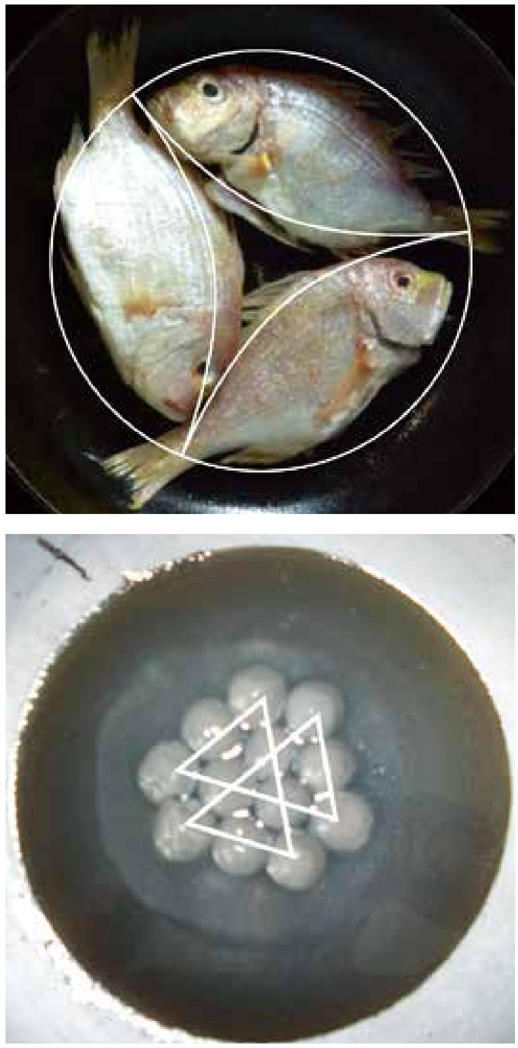


图 1-85　自然状态下形成的圆形分割图形示例

应用案例：汽车轮毂设计

图 1-86　汽车轮毂设计示例（图片来源于网络）

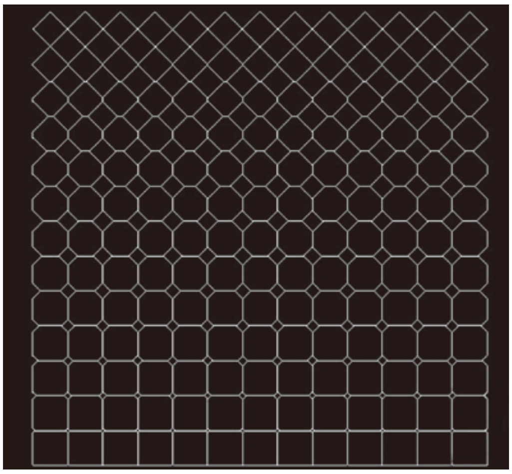


图 1-87　菱形渐变为正方形

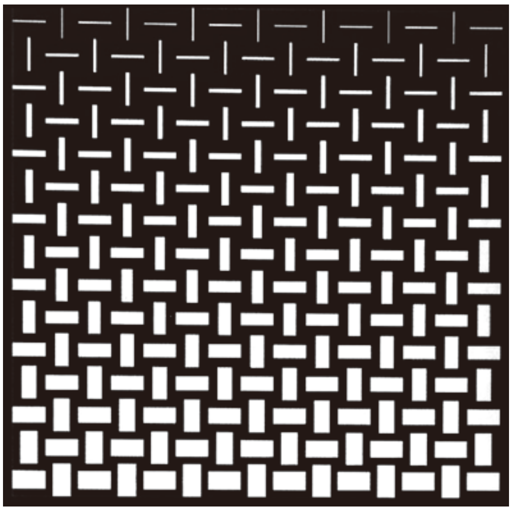


图 1-88　线段渐变为长方形

1.3.2　渐变

渐变，顾名思义，是逐渐变化的意思，哲学上也理解为事物的一种逐渐的、不显著的变化状态。这其中最重要的是，变化是一个过程，具有时间或者空间上的跨度。在本书中，我们在二维平面的探索中引入渐变的方法，重点探索变化的中间过程。设想一下，有两组渐变，设定渐变的起点和终点都相同，但是渐变的中间过程不同，那么我们得到的两组渐变内容将会完全不一样。

在二维平面的渐变创作中，依照图形的基本形态，可以将渐变分为几何图形渐变和有机图形渐变。

几何图形渐变，是指从一种或多种几何图形逐渐变化到另一种或多种几何图形，在广义上也可以理解为在渐变过程中出现几何图形的渐变过程。

以案例展示图（图 1-87）为例，我们清晰地看到菱形是如何渐变为正方形的。以案例展示图（图 1-88）为例，则是线段逐渐变化为长方形的过程。

有机图形渐变，是指从一种或多种有机图形逐渐变化到另一种或多种有机图形，在广义上也可以理解为在渐变过程中出现有机图形的渐变过程。在有机图形渐变创作中，除了描绘图形本身逐渐变化的多样性，也可以融入许多抽象、具象的概念，让创作变得丰富有趣，甚至还可以用渐变过程来表达一个故事，让渐变的图形来演绎故事的发展。（图 1-89 至图 1-93）

图 1–89 《手——脑》

图 1–90 《声音》

图 1–91 《裁缝》

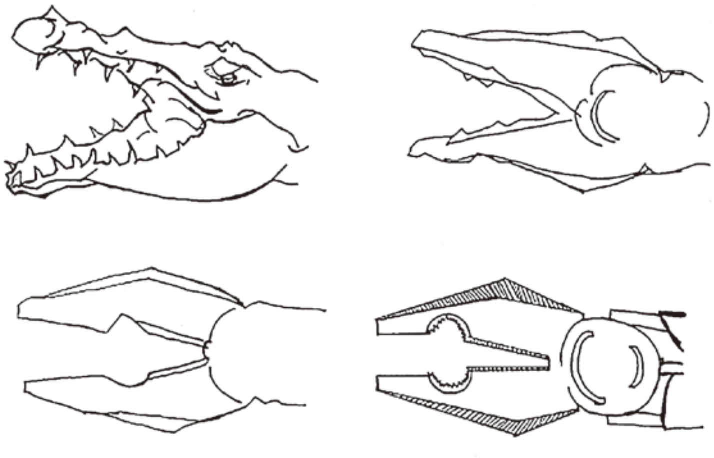


图 1–92 《力量》

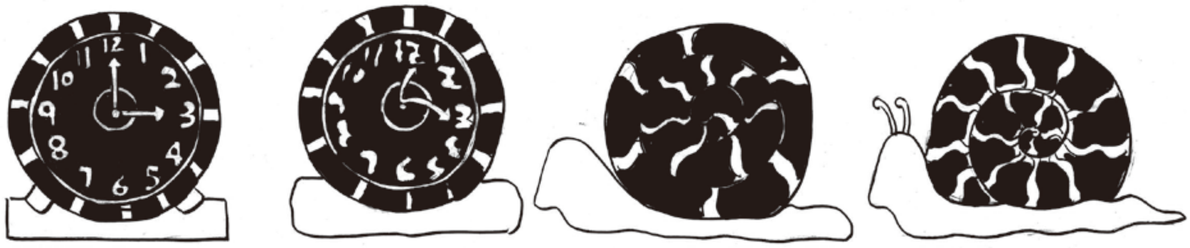


图 1-93　《慢》

导师的话

二维图形渐变的可能性非常多，不仅仅只有几何渐变、有机图形渐变，也有从几何图形到有机图形的渐变。在规定尺寸的纸面上进行单个几何图形由简单到复杂、由小到大等不同形式的变化，将有效地提升创作者对图形特征的控制能力。在实际的设计项目中，设计师往往会从自然物中提炼能够代表该物主要特征的元素，并对该元素进行抽象化，得到最简练的图形，再进行设计。渐变仿生训练，能高效地实现设计元素的提炼与应用。但是在生活中，太多设计都是直接从自然物到产品的强制性置换，虽然设计想法不错，但是由于缺乏对自然物特征的抽象化，导致产品在视觉上出现不美观的情况。因此，设计师通过图形渐变的学习和训练可培养高超的特征概括能力，从而创造出令人印象深刻的产品。

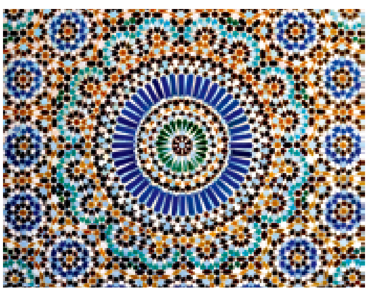


图 1-94　马赛克拼贴的装饰团花图案，拼贴非常有规则

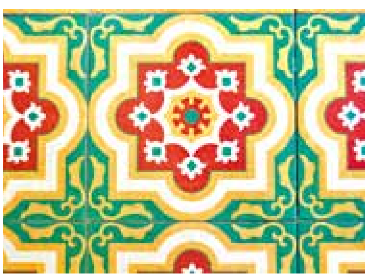


图 1-95　马赛克拼贴的装饰墙面，呈现为有规律的多边形

1.3.3　马赛克

提到马赛克（mosaic），也许大家都听说过这个名词，也有一些了解。生活中常见的马赛克有马赛克地砖、马赛克墙面、玻璃马赛克、马赛克艺术、马赛克拼花和马赛克玻璃花窗等。（图1-94

至图 1-98）马赛克已经深入到人们的生活之中，那么马赛克最早是在哪里出现的？又是怎么一步一步进入大家生活中的呢？

早期的马赛克拼贴是由许多彩色的小块石头或其他硬的材料镶嵌、拼贴成图像的一种艺术表现形式，最早出现在公元前 3000 年以前的美索不达米亚平原，后来在地中海沿岸的古希腊、古罗马时期得到很大的发展，出现了很多马赛克镶嵌的宝石和首饰。玻璃的出现，也成了马赛克艺术的重要的表现形式。在基督教出现之后到整个中世纪，马赛克得到了极大的发展。从威尼斯到耶路撒冷，从贵族的宫殿地板到伊斯兰教堂的天花板，到处都有马赛克艺术。它主要表现宗教故事、植物和动物纹样。

自 19 世纪以来，工业化大生产给马赛克带来了新的发展，液压瓷砖技术的发明成为马赛克的新载体，程式化、几何化的纹样和图案成为马赛克在地砖上的重要表现形式。在建筑艺术中，西班牙巴塞罗那至今仍保留了大量高迪时期的马赛克作品。

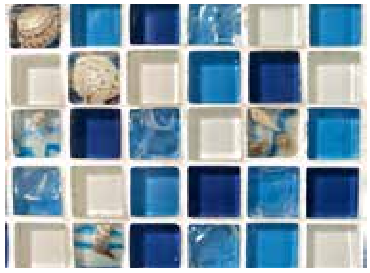


图 1-96　马赛克艺术墙砖

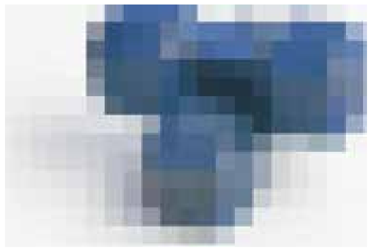


图 1-97　影像马赛克处理

图 1-98　马赛克拼贴的 20 角星装饰图案

1.3.4　网格设计

关于网格的界定，不同学科领域有不同的解释。在本书中，在二维平面中讨论网格，是指任何一个平面都可以被划分成很多个凸多边形，也就是说，任何一个平面都可以由凸多边形组合而成，而这些凸多边形，就被称为网格。所以网格设计便是指利用多边形构成平面的一种设计方法。

以两个半径相同的圆为基础，通过尺规作图可以画出各种正多边形。而这些正多边形就是组

成网格结构的重要基本单元。（图 1-99）

备注：

凸多边形是一个内部为凸集的简单多边形。

简单多边形的下列性质与其凸性等价：

1. 所有内角小于 180°。

2. 任意两个顶点间的线段位于多边形的内部或边上。

3. 多边形内任意两个点，其连线全部在多边形内部或边上。

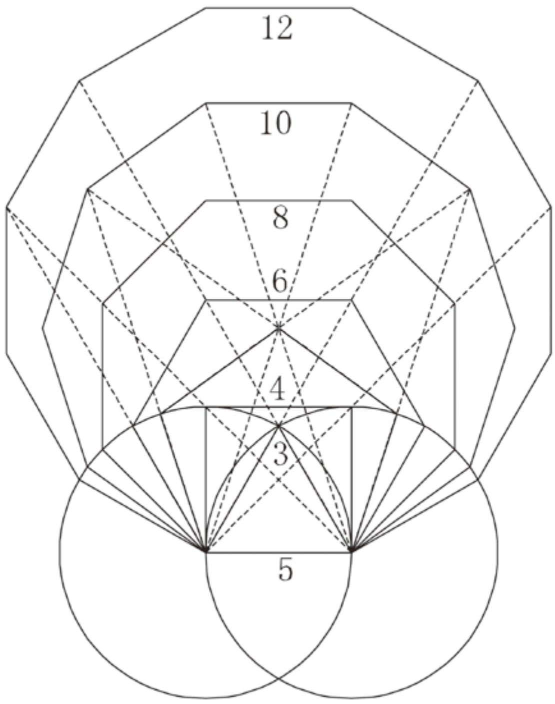


图 1-99　以圆为基础画出各种正多边形

在二维平面上任取一个点为中心点，围绕该中心点拼合拥有不同边数的多边形并不断重复，可以发现，六个正三角形能够完全拼合在一起，四个正方形能够完整拼合在一起，三个正六边形也能完整拼合在一起，或者一个正六边形、两个正四边形、一个正三边形也能拼合在一起（数学上解释为形成圆周 360°）。在二维平面上，这些网格结构可以归纳为四种类型：规则网格结构、半规则网格结构、组合网格结构、不规则网格结构。网格结构上的每一个多边形都是一个网格。

规则网格

规则网格是由完全相同的正多边形拼接组合而成的网格结构。规则网格结构一共有三种，分别为（3. 3. 3. 3. 3. 3）（4. 4. 4. 4）（6. 6. 6）。（图 1-100 至图 1-102）

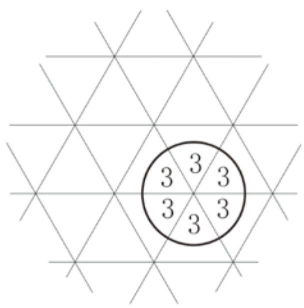


图 1-100　(3.3.3.3.3.3)

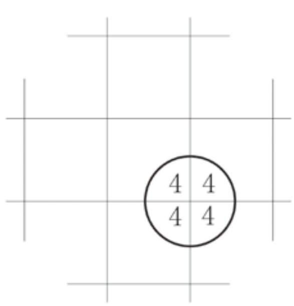


图 1-101　(4.4.4.4)

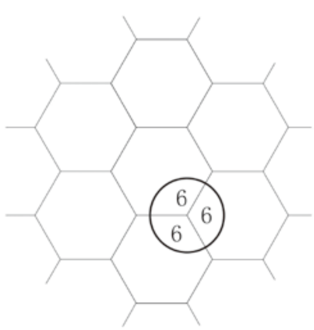


图 1-102　(6.6.6)

半规则网格结构

半规则网格结构是由不同正多边形拼接组合而成的网格单元结构，并重复延展此单元结构形成的网格结构。（图 1-103 至图 1-106）

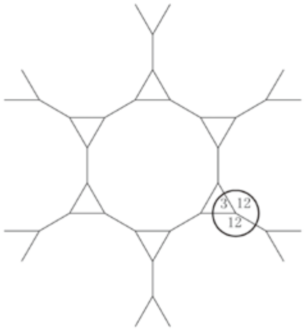


图 1-103　（12.12.3）

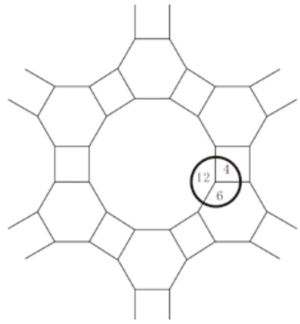


图 1-104　（12.4.6）

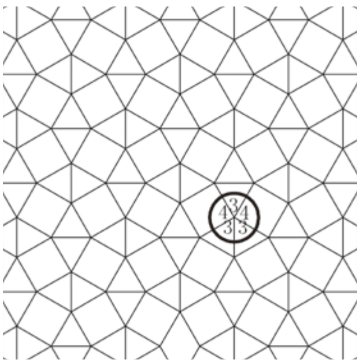


图 1-105　（4.3.4.3.3）

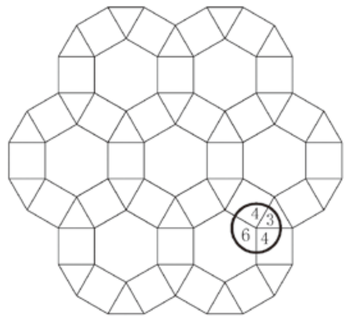


图 1-106　（6.4.3.4）

组合网格结构

组合网格结构是由规则网格结构与半规则网格结构组合形成的网格结构。（图 1-107 至图 1-110）

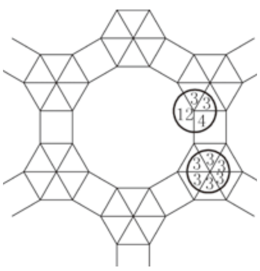


图 1-107　（12.3.3.4）+（3.3.3.3.3.3）

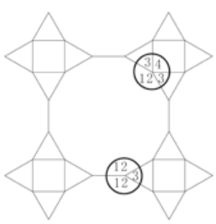


图 1-108　（12.3.4.3）+（12.3.12）

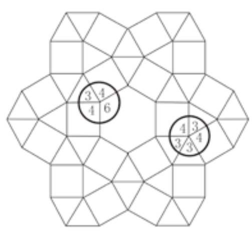


图 1-109　（6.4.3.4）+（4.3.4.3.3 ）

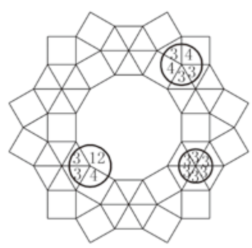


图 1-110　（4.3.4.3.3）+（3.3.3.3.3.3）+（12.4.3.3）

不规则网格结构

不规则网格结构是由任意多边形相互拼接组合而成的网格结构，组合结构没有明显的规律，具有随意性，但也能够铺满整个平面。（图 1-111）

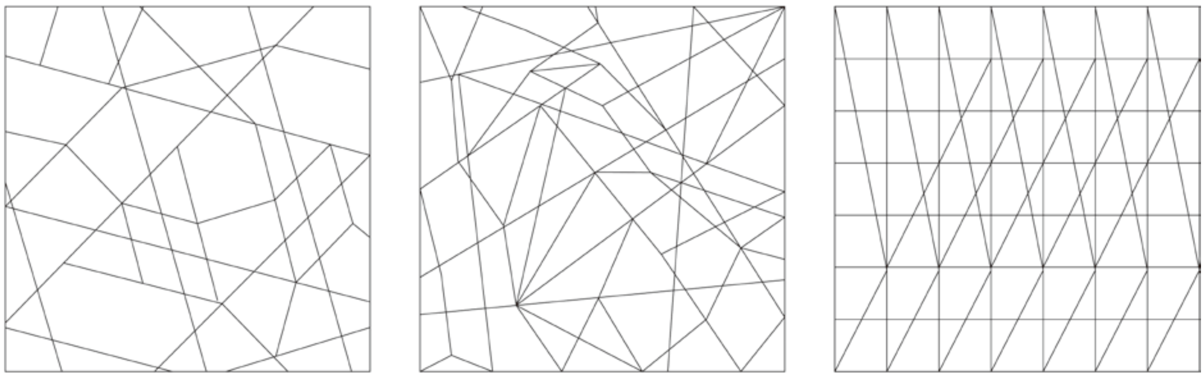


图 1-111　任意多边形组成的网格结构

图 1-112　正六边形网格结构地砖

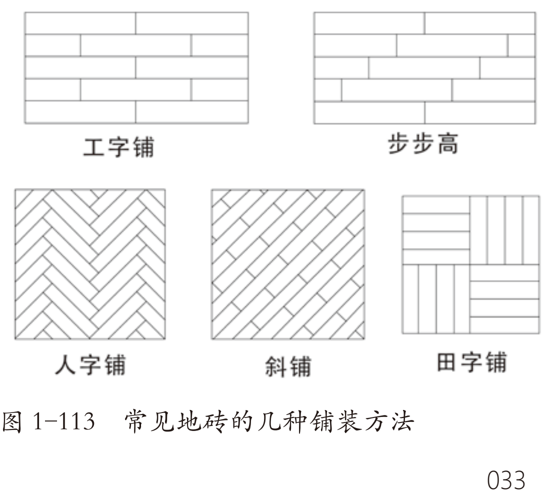


图 1-113　常见地砖的几种铺装方法

不同数列关系的组合可以通过调整组合网格单元结构的数量比例关系，从而能够产生不同的玄妙效果。

铺地砖——基于网格结构的变形结构研究。

说到地砖，可以直观地想到家里的地砖、户外走道的地砖等，而铺地砖则是将规则形体的地砖铺满整个地面的过程。可以发现，地砖都是规则的，或正方形，或长方形，或六边形，它们的铺装非常有规律，甚至一些异型砖、组合使用的砖也同样是有规律的，它们总能相互拼接，最终铺满整个地面。若我们把地面看作一个面、每一块地砖看作这个面上的一个网格，这样就可以得到这个地面的网格结构。（图 1-112）正方形、正六边形的地砖铺装结构是规则的网格结构，但是在实际生活中，即使是正方形地砖、六边形地砖也经常出现错位铺装，并且更为常见的错位铺装是长方形地砖、异形地砖。（图 1-113 至图 1-115）

地砖的铺装方法多种多样，但是基本规律是不变的，而通过总结这些铺装规律，可以得出以下两条结论：

①所有长方形网格结构都是正方形网格的变形结构。

②所有平行四边形网格结构都是正方形网格的变形结构。

画地砖——基于网格结构及其变形结构的图形创作。

在铺地砖的研究中，通过重点研究铺装结构可以发现，因为地砖必须是可以加工生产的，所以地砖的基本结构是相对简单的，变化更多是体现在铺装的组合方式上。有了这个基础，再次研究平面图形在地砖上的表达之时，便可以融入更多的纹样、表达更多的图形层次和色彩关系，使之表现出重复性、延续性的规律，这样的一种实验被称为——画地砖。

接下来观察荷兰画家埃舍尔的优秀网格设计作品，找出图形背后的网格结构。（图 1-116）

图 1-114　异形咬合砖的结构被解构为长方形网格

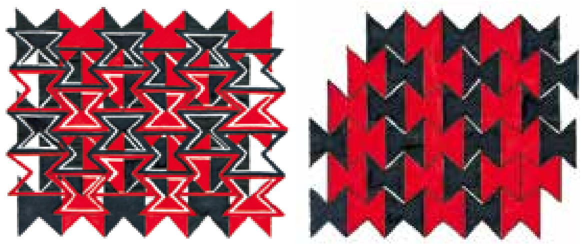


图 1-115　连锁砖

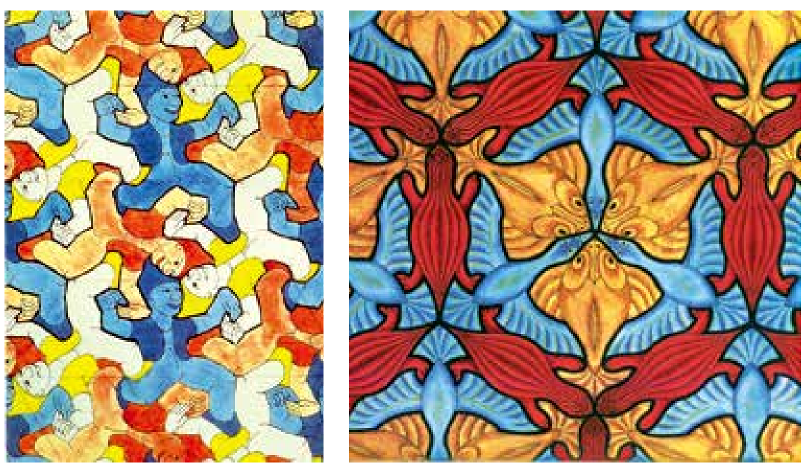


图 1-116　埃舍尔网格设计作品

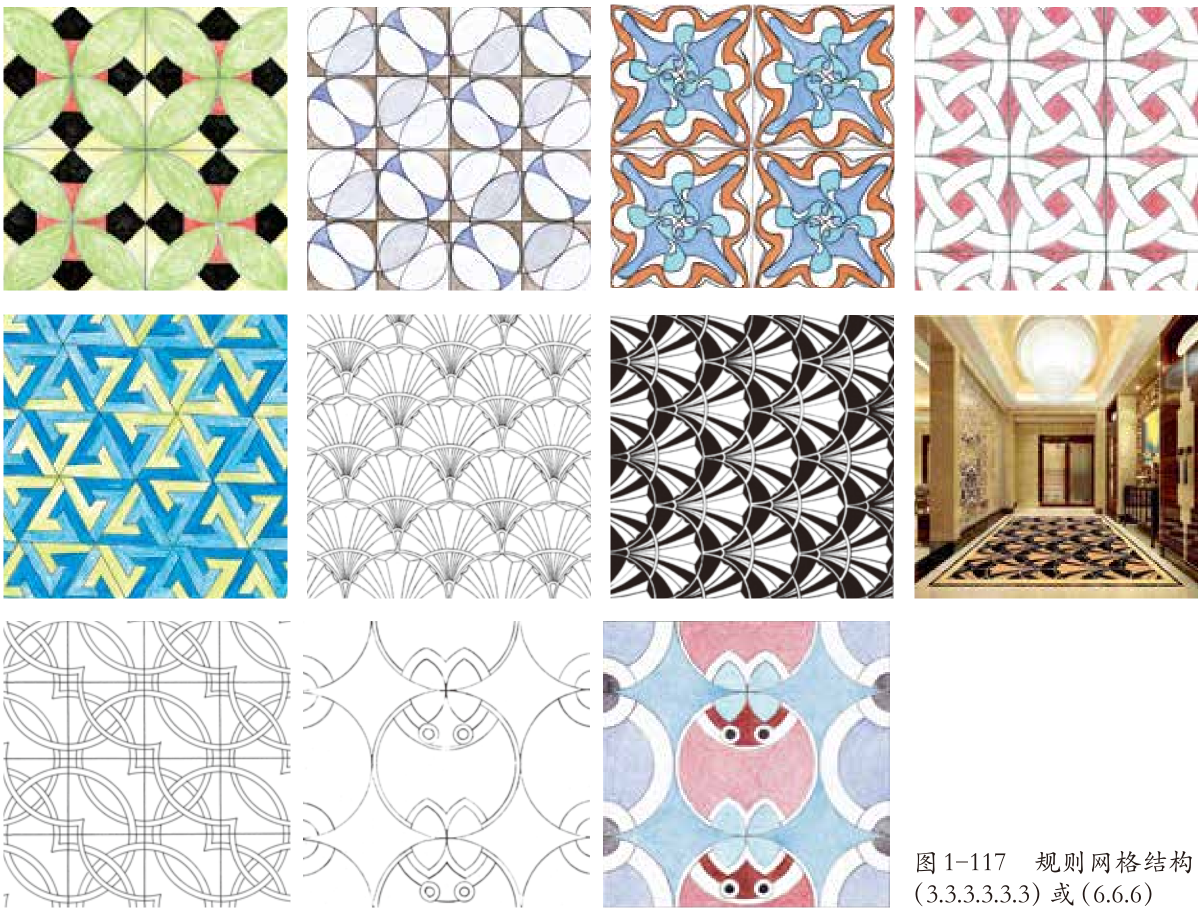


图 1–117　规则网格结构（3.3.3.3.3.3）或（6.6.6）

导师的话

在画地砖乃至网格设计的创作构思中，不仅有上下关系的分析，还有左右关系的分析，能够训练创作者全面思考的能力。网格设计分析的整个体系本身就是生活实践的理性分析，是极具应用价值的分析研究方法。网格结构，并不只是让我们直接应用，更重要的是，它能够间接揭示我们生活之中的应用规律，也让我们能够更加认真地观察与解构生活中的复杂图形。（图 1–117）

课外拓展

寻找一个生活中的图形，并用网格结构来解构图形的构成规律。

石头表皮的网格

石头表皮的网格是随意选取自然的石头，利用网格原理分析石头的自然起伏表面结构，同时运用各种网格语言在石头上生长它的“表皮”的实验。这个实验非常简便，随时随地都可以参与，但同时也是对耐心和控制力的极大挑战。

《芊佑》

石头本是坚硬的，绿色调子加上青草芊芊，弱化石头的坚硬感觉，传递一种柔和温顺的感觉。图案由多个四叶草组成，四叶草的叶片合成铜钱的形状，传递一种幸运、祥佑。花纹用网格形式排列，叶片大小顺石头外表转折变换，让人能够直观感受到石头表面形态的变化。创作者希望《芊佑》可以放置在日常起居的桌面，或随身携带，带给人幸运。（图 1–118）

图 1–118　《芊佑》

《小丑的盛宴》

作品灵感来源于小丑，石头奇形怪状、变化多端，与小丑的风趣不谋而合。四方格造型类似扑克牌里的方片，带有魔幻的感觉。用黄紫、蓝橙配色来表现小丑，方格像网一样铺设在石头表面，陡峭的地方方格密集，平坦的地方方格稀疏，网格也体现了石头表面的走向。创作者希望《小丑的盛宴》可以放置在颜色丰富、惊奇的空间，供那些性格活泼开朗的人来观赏。（图 1–119）

图 1–119　《小丑的盛宴》

图 1-120　《大版块小版块》

《大版块小版块》

石头被红蓝两个大版块紧密包裹，两个版块又由若干小的版块组成，各个版块都被赋予了不同的纹理，且版块的边界严格遵循石头自身的结构。奇妙的是，自然物形态与手型完美契合，视觉与触觉和谐统一。（图 1-120）

图 1-121　《埃及印象》

《埃及印象》

作品充分展现创作者的应变能力，用几条排列的线来描绘沙漠，用四边形网格表现古埃及建筑，使得自然的残缺变成一种美。（图 1-121）

导师的话

石头是大自然的产物，世界上没有两块完全一样的石头，创作者没有任何规律可循，往往无从下手。把一块石头放在手中，闭眼去触摸它，可以感受到的东西很多。用触觉而不是用视觉去理解形态，心生正念，希望训练创作者的触觉、感知力和专注力。

我们用手触摸石头的转折面，或是凸起的，

或是凹陷的。我们尝试去归纳石头的表面，有的四个面，有的五个面，有的六个面，有的八个面或更多，然后，再用眼睛观察，观察石头表面是否与触摸到的形态具有一致性。这时，我们可以发现，有的石头适合用四边形表达，有的适合用三角形表达。当确定基本形后，我们就去建构石头的龙骨，三根、四根或者更多根，使石头看起来是硬朗的、合理的，最后调整转折与龙骨之间的色彩搭配，从而突出龙骨与面的关系，使形态更具有力量感。经历了这个过程，创作者们做出许多漂亮石头的同时，注意力也能够更加集中，因为一不小心画错了，就得从头再来。

1.3.5 网格设计应用案例

基于自然表面机理的处理，对自然形态有了新的理解，可形成一种新的方法——在平面中构建有规律的网格。设想一下，若是按网格的结构与形态进行折弯，比如三角形折弯得到尖锐的异形、圆形折弯得到曲面，从而构建一个空间。那么在光的作用下，这个空间的光影变化将非常奇特，形态也将表达出鲜明而有层次的空间关系。基于这样的设想，我们做了诸多设计实验，并得到了一些成果。

自由曲面网格

自由曲面网格是以网格设计为基础，结合裁剪、镂空、弯曲、折叠等方法，模拟建筑空间的实验。（如图 1-122 至图 1-126）具体步骤为：

①在白纸上进行网格设计。

②用裁纸刀将部分网格元素裁空，自由地将整张白纸进行折叠、扭曲，获得立体形态。

③思考并表达该立体形态在建筑上的应用。

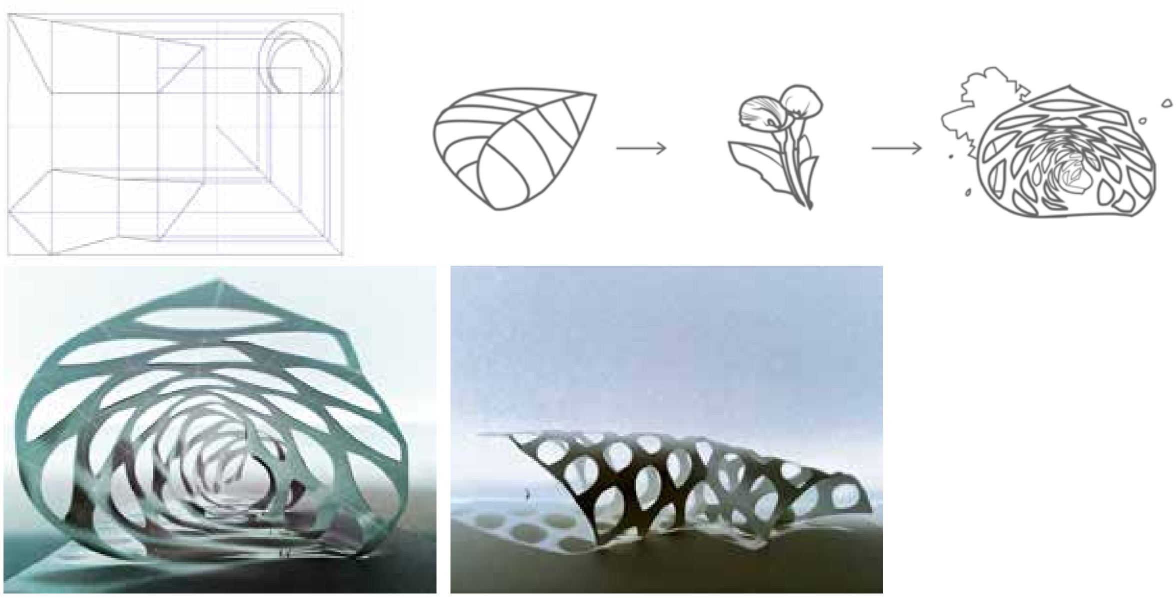


图 1-122　作品从平面变为曲面，形成一个自然、生态的植物馆。开窗采用树叶的形态，大片镂空使得馆内更加透气，在欣赏植物的同时还可以眺望海边。馆外的造型提取了马蹄莲形

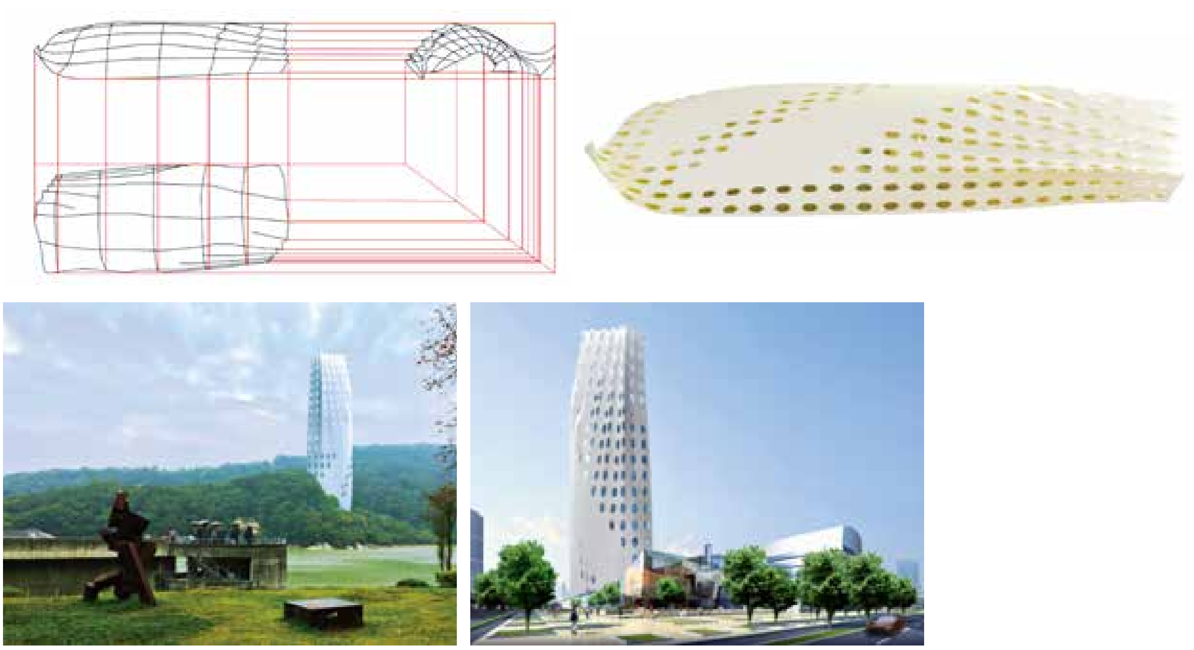


图 1-123　六边形镂空“大厦”设计图及矗立在汕头大学校园效果图

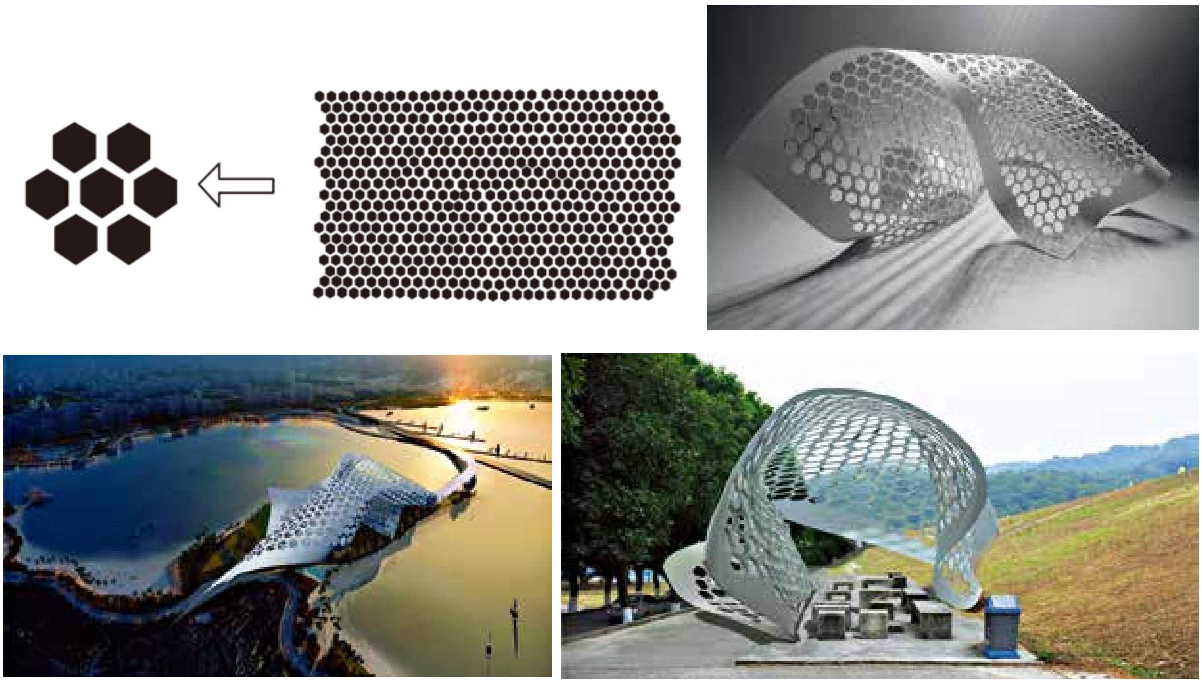


图 1-124　蜂巢式镂空结构设计，应用在建筑表皮，使整体具有一定的遮阳效果且透风性良好

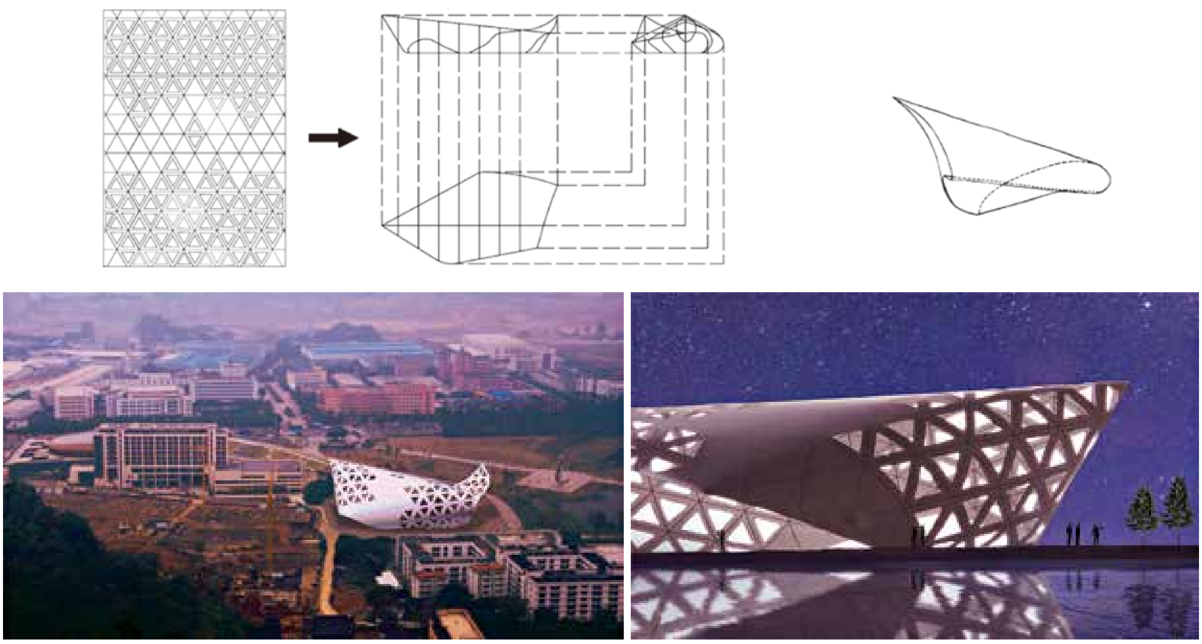
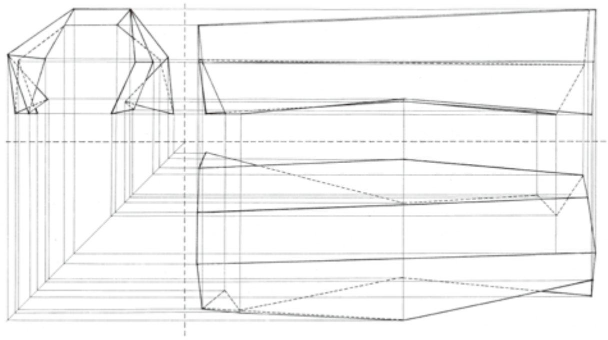


图 1-125　作品采用等边三角形的镂空结构设计，一个个窗户透出光，寓意星空下的现代艺术馆



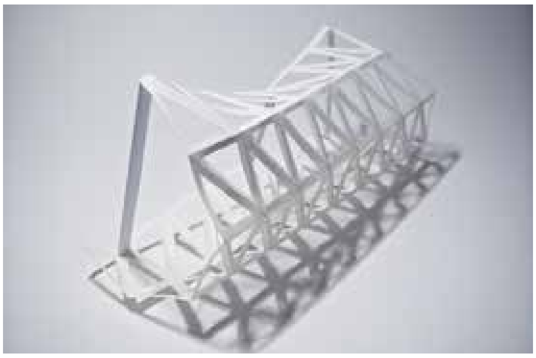


图 1-126　作者选择的镂空结构为大三角形，纸的“骨架”成为造型硬朗、线条明快、严谨的科学技术馆

导师的话

在自由曲面网格实验中，三视图尤为重要，它能够清晰而直观地让观众理解创作的起点和终点，为下一次制作提供依据。有规律的网格表皮使得呈现的建筑空间极具特征，同样，空间光影表达也非常重要。

轴心对称式网格拉伸

在网格应用中，通过裁剪、切除等方式去掉平面的某些局部，可以将原本的平面拉伸出立体空间，这是一个非常有趣的现象。基于这个现象，结合圆的分割实验，对分割的圆进行立体衍生，

这种实验被称为轴心对称式网格拉伸。（如图1-127至图1-130）

具体步骤为：

①圆的分割，在1.3.1已经阐述过圆分割的方法。

②用裁纸刀将部分边线裁开，以图案的中心为顶点，将被裁开的纸拉伸出立体形态。

③思考立体形态的应用。

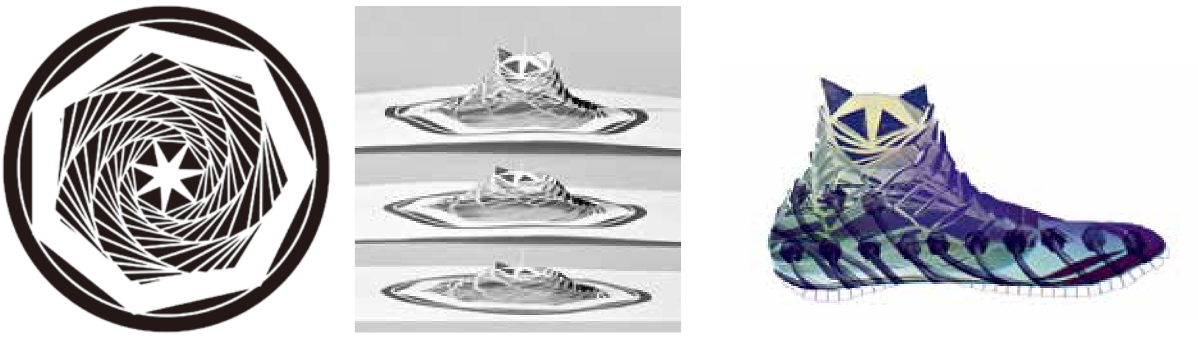


图1-127　拉伸结构形成的空间形体与运动鞋相结合

图1-128　用圆形的拉伸形成两层塔式结构的灯座

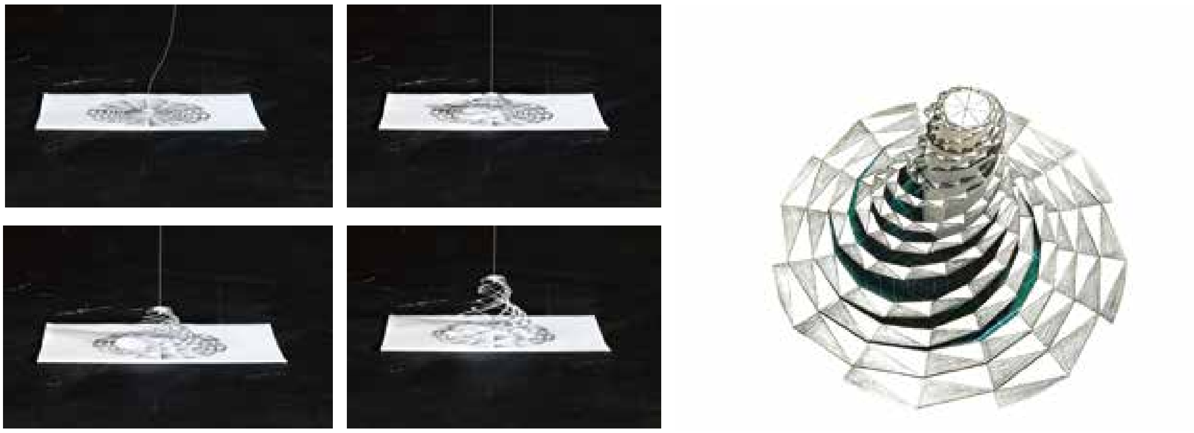


图 1-129　螺旋上升的空间结构，从顶端俯视，层次丰富

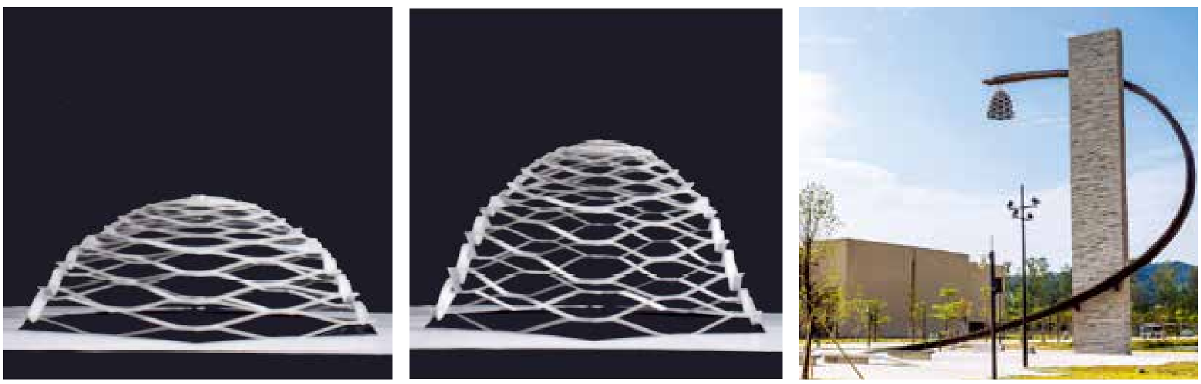


图 1-130　在汕头大学，真理钟的基本形态成了实验的素材

导师的话

轴心对称式网格拉伸实验是网格设计的综合应用。拉伸的现象在自然中出现，那就一定有可拉伸的依据。事实上，并不是所有的切割都可以实现拉伸。而在轴心对称式网格拉伸实验中，我们需要找到这些依据进行创作。实验作品并不是一蹴而就，往往需要在犯过多次错误之后才能成功，其过程也培养了创作者对材料、工具的操作能力。

应用案例：端庄椅

出于对玫瑰椅的喜爱，笔者尝试以创新性原理为基础，对这把椅子进行再创新。（图 1-131）为此，笔者找到了旧友——元式家具潮木社的创始人李伟建先生来协助制作这把椅子。李伟建先生是一个爱木、懂木之人，笔者和他沟通了想法和效果图，生产制造工作很快便开展起来。当时，笔者正在课堂教授三维基本原理的网格课程，所以将网格系统融入这把椅子的设计，完善细节，创造了一代端庄椅。再后来，该椅子参加了以“丝绸之路”为主题的相关展览。受主办方的委托，笔者对椅子进行了再创新，主要将木材颜色、椅垫颜色及扶手头形做了改变。这便是二次创新后的端庄椅。

椅子的金属部分采用（4.3.4.3.3）和（6.4.3.4）数列的规则组合形态。这把椅子也是乌尔姆的网格形态表达首次与中国传统家具相结合的经典案例，也是理性的几何设计与典雅的中式设计碰撞出的火花。

图 1-131　《端庄椅》
李昊宇

结语

我们每个人都身处三维空间之中，我们时刻都在与三维空间发生关系，我们深刻地感受到空间的存在。但是，如果我们要认真地去认识它、学习它、理解它，就需要一个过程，一个从二维到三维的认知过程。从简单的二维平面开始理解，用系统的方法了解二维平面的基本原理，动手创作属于自己的作品，在这些创作训练的作品之中，有些严肃，有些却很活泼，有些很理性，有些却很感性，有些让人觉得平静安宁，有些却又动态迷幻。它们各自表达着自己的情绪，但无一例外，它们都是美丽的。这样的美，不仅属于观众，更是属于创作者。在从二维到三维的认知过程中，我们不仅能够深切感知到二维与三维的差异，也能够感受到两者之间的联系。


2014极地学府——